2022□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□□□□□

1．□2021·□□·□□□□□□□□□□□ $ABCD$ □□□□2□□□□□ P □□□ $ABCD$ □□□□□ $(\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB})\cdot\overrightarrow{PC}$ □□□□□□（　）

A．-2　　B．$-\frac{5}{2}$　　C．-3　　D．-4

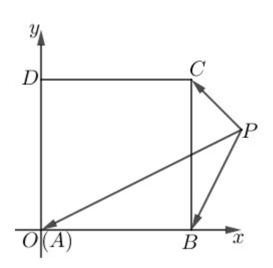
□□□□B

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

□□□□

$ABCD$ □□□□2□□□□□□□□ A □□□□□□ AB □ AD □□□ x □□ y □□□□□□□□□□□□□□□



□ $A(0,0),B(2,0),C(2,2)$ □□□ $P(x,y)$ □

$\overrightarrow{PA}=(-x,-y),\overrightarrow{PB}=(2-x,-y),\overrightarrow{PC}=(2-x,2-y)$ □

□□□□ $(\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB})\cdot\overrightarrow{PC}=(2-2x,-2y)\cdot(2-x,2-y)=2(x-1)(x-2)+2y(y-2)=2(x-\frac{3}{2})^2+2(y-1)^2-\frac{5}{2}$ □

□ $x=\frac{3}{2},y=1$ □□ $(\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB})\cdot\overrightarrow{PC}$ □□□□□ $-\frac{5}{2}$ □

□□ $(\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB})\cdot\overrightarrow{PC}$ □□□□□ $-\frac{5}{2}$.

□□□B

2．□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□△ABC □□□□ $2a\cos B$ □ c □ $\sin A\sin B(2$ □ $\cos C)$ □ $\sin^2\frac{C}{2}$ □ $\frac{1}{2}$ □□△ABC □

（　）

A．□□□□□　　B．□□□□□

C．□□□□□　　D．□□□□□□□

□□□□D

□□□□

□□□□□□□□□□ $a=b$ □□□□□□□□□ $A=B$ □□□□□□□□□□□□□ $\sin A\sin B(2-\cos C)=\sin^2\frac{C}{2}+\frac{1}{2}$ □□□□□□ $A=B=\frac{\pi}{4}$ □

□□□□□□.

□□□□

□□□□□ $2a\cos B=c$ □□□□□□□□ $2a\cdot\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=c$ □

□□□□ $a^2=b^2$ □□ $a=b$ □□□□□□□□ $\sin A=\sin B$ □

□□ $A=B$ □ $A+B=\pi$ □□ $0<A<\pi$ □ $0<B<\pi$ □ $0<C<\pi$ □ $A+B+C=\pi$ □

□ $A=B$ □□ $0<A<\frac{\pi}{2}$ □ $0<B<\frac{\pi}{2}$ □

□ $\sin A\sin B(2-\cos C)=\sin^2\frac{C}{2}+\frac{1}{2}$ □□ $\sin A\sin B(2-\cos C)=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\cos C+\frac{1}{2}$ □

□ $(\sin A\sin B-\frac{1}{2})(2-\cos C)=0$ □□□ $-1<\cos C<1$ □□□ $2-\cos C\neq 0$ □

□ $\sin A\sin B=\frac{1}{2}$ □□ $\sin^2 A=\frac{1}{2}$ □□□ $\sin A=\frac{\sqrt{2}}{2}$ □□□ $A=B=\frac{\pi}{4}$ □□□ $C=\frac{\pi}{2}$.

□□□□□ $\triangle ABC$ □□□□□□□□.

□□□D

3□□2021·□□□□·□□□□□□□□□ $f(x)=3\sin(\omega x+\varphi)\left(\omega>0,|\varphi|\leq\frac{\pi}{2}\right)$ □□□ $f(x)+f\left(\frac{\pi}{3}-x\right)=0$ □

$f\left(\frac{\pi}{3}+x\right)=f\left(\frac{\pi}{3}-x\right)$ □□ $f(x)$ □□□ $(0,4\pi)$ □□□□ □□□□

A□4　　B□8　　C□10　　D□12

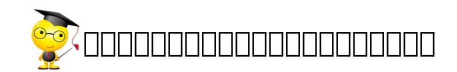
□□□□D

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ ω □□□□□□□□ ω □□□□□□□□ T □□□□□ $f(x)$ □□□ $(0,4\pi)$ □□□□□□□□□

□□□□□□.

□□□□



□□ $f(x)+f\left(\frac{\pi}{3}-x\right)=0$ □□ $f\left(\frac{\pi}{3}-x\right)=-f(x)$ □□□□□ $f(x)$ □□□ $\left(\frac{\pi}{6},0\right)$ □□□

□□ $\frac{\pi\omega}{6}+\varphi=k_1\pi, k_1\in Z$ □——①

□□ $f\left(\frac{\pi}{3}+x\right)=f\left(\frac{\pi}{3}-x\right)$ □□□ $x=\frac{\pi}{3}$ □□□ $f(x)$ □□□□□□□

□□ $\frac{\pi\omega}{3}+\varphi=\frac{\pi}{2}+k_2\pi, k_2\in Z$ □——②

□①②□□ $\frac{\pi\omega}{6}=\frac{\pi}{2}+(k_2-k_1)\pi, k_1, k_2\in Z$ □□ $\omega=3+6k, k\in Z$ □

□□ $f(x)$ □□□ $(0,4\pi)$ □□□□□□□□□□ T □□□□□ ω □□□□□

□□□ $\omega>0$ □□□ $\omega_{\min}=3$ □

□ $\omega=3$ □□①□□ $\frac{3\pi}{6}+\varphi=k_1\pi, k_1\in Z$ □□ $\varphi=-\frac{\pi}{2}+k_1\pi, k_1\in Z$ □

□□□ $|\varphi|\le\frac{\pi}{2}$ □□□ $\varphi=\frac{\pi}{2}$ □ $\varphi=\frac{\pi}{2}$.

□ $\varphi=\frac{\pi}{2}$ □□ $f(x)=3\sin\left(3x+\frac{\pi}{2}\right)=3\cos 3x$ □□□ $f(x)$ □ $(0,4\pi)$ □□□□□ 12□

□ $\varphi=-\frac{\pi}{2}$ □□ $f(x)=3\sin\left(3x-\frac{\pi}{2}\right)=-3\cos 3x$ □□□ $f(x)$ □ $(0,4\pi)$ □□□□□ 12.

□□□D.

4□□2021·□□□□·□□□□□□□ $a,b,c\in(0,1)$ □□ $a^2-2\ln a-1=\frac{\ln 3}{3}$ □ $b^2-2\ln b-1=\frac{1}{e}$ □ $c^2-2\ln c-1=\frac{\ln\pi}{\pi}$ □□□　□

A□ $c>b>a$　　B□ $a>c>b$　　C□ $a>b>c$　　D□ $c>a>b$

□□□□D

□□□□

□ $f(x)=x^2-2\ln x-1$ □□□□□ $f(a)=\frac{\ln 3}{3}$ □ $f(b)=\frac{1}{e}$ □ $f(c)=\frac{\ln\pi}{\pi}$ □□□□□□□ $f(x)$ □ $(0,1)$ □□□□□□□ $g(x)=\frac{\ln x}{x}$ □

□□□□□□□□□□□□□□□□□ $\frac{\ln\pi}{\pi}<\frac{\ln 3}{3}<\frac{1}{e}$ □□□□□ $f(c)<f(a)<f(b)$ □□□□□□

□□□□

□□□ $f(x)=x^2-2\ln x-1$□$(x>0)$□□□ $f(a)=a^2-2\ln a-1=\frac{\ln 3}{3}$□ $f(b)=b^2-2\ln b-1=\frac{1}{e}$□

$f(c)=c^2-2\ln c-1=\frac{\ln \pi}{\pi}$□□□ $f'(x)=2x-\frac{2}{x}=\frac{2(x+1)(x-1)}{x}$□□□ $a,b,c\in(0,1)$□□□□ $x\in(0,1)$□ $f'(x)<0$□□

$f(x)$□$(0,1)$□□□□□□□ $g(x)=\frac{\ln x}{x}$□$(x>0)$□□ $g'(x)=\frac{1-\ln x}{x^2}$□□□□ $x\in(0,e)$□□ $g'(x)>0$□□□□□□□□□□

$x\in(e,+\infty)$□□ $g'(x)<0$□□□□□□□□□□ $g(x)$□ $x=e$□□□□□□□□□□□□□ $g(x)_{\max}=g(e)=\frac{1}{e}$□□□ $\pi>3>e$□□□

$\frac{\ln \pi}{\pi}<\frac{\ln 3}{3}<\frac{1}{e}$□□ $f(c)<f(a)<f(b)$□□□ $c>a>b$□

□□□D

5□□2021·□□□□·□□□□□□□ $f(x)$ □□□□□ $g(x)$ □□□□□□ $f(x)+g(x)=e^x$ □□□□□□□□□□□　□

A□ $f^2(x)+g^2(x)=f(2x)$

B□ $\forall x>0$□ $g(g(x))>g(x)$

C□ $\forall x_1,x_2\in\mathrm{R}$□□ $x_1\neq x_2$□□ $\frac{g(x_1)-g(x_2)}{x_1-x_2}>\lambda$ □□ $\lambda\leq 1$

D□ $g(x-y)=f(x)g(y)+g(x)f(y)$

□□□□D

□□□□

□□□□□□□□□□□□ $f(x),g(x)$ □□□□□□□□□□□□□□.

□□□□

□□□□□ $f(x)=f(-x),g(x)=-g(-x)$

□□ $\begin{cases} f(x)+g(x)=e^x \\ f(-x)+g(-x)=e^{-x} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(x)+g(x)=e^x \\ f(x)-g(x)=e^{-x} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(x)=\frac{e^x+e^{-x}}{2} \\ g(x)=\frac{e^x-e^{-x}}{2} \end{cases}$

□A□ $f^2(x)+g^2(x)=\frac{e^{2x}+e^{2x}}{2}$ □ $f(2x)=\frac{e^{2x}+e^{2x}}{2}$ □□□□

□B□ $g(x)-x=\frac{e^{x}-e^{x}}{2}-x$ □□ $m(x)=\frac{e^{x}-e^{x}}{2}-x$ □

□ $m'(x)=\frac{e^{x}+e^{x}}{2}-1\geq\frac{2\sqrt{e^{x}\cdot e^{x}}}{2}-1=0$ □□□□□ $x=0$ □□□□□

□ $x>0$ □□□ $m'(x)>0$ □□□ $m(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□

□□ $m(x)>m(0)=0$ □□ $g(x)>x$

$g'(x)=\frac{e^{x}+e^{x}}{2}>0$ □□□□□ $g(x)=\frac{e^{x}-e^{x}}{2}$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□

□□ $g(g(x))>g(x)$ □□ B □□□

□C□□ $x_1>x_2$ □ $g(x_1)-\lambda x_1>g(x_2)-\lambda x_2$ □□ $h(x)=g(x)-\lambda x$

□□ $h(x)$ □ R □□□□□□□□ $h'(x)\geq 0$ □ R □□□□□

□ $g'(x)\geq\lambda$ □

$g'(x)=\frac{e^{x}+e^{x}}{2}\geq\frac{2\sqrt{e^{x}\cdot e^{x}}}{2}=1$ □□□□□ $x=0$ □□□□□□

□□ $\lambda\leq 1$ □□ C □□□

□D□ $g(x-y)=\frac{e^{x-y}-e^{y-x}}{2}$ □

$f(x)g(y)+g(x)f(y)=\frac{e^{x}+e^{x}}{2}\cdot\frac{e^{y}-e^{y}}{2}+\frac{e^{x}-e^{x}}{2}\cdot\frac{e^{y}+e^{y}}{2}=\frac{e^{x+y}-e^{(x+y)}}{2}$

□□ $g(x-y)\neq f(x)g(y)+g(x)f(y)$ □□ D □

□□□D

6□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□□□ $A(1,1)$ □□□ P □ $(x-4)^2+(y-5)^2=r^2$ □□ $r>0$ □□□□□ M □ N □□□

$AM=2MN$□□ r □□□□□□（　□

A□$(0,5)$　　B□$\left(\frac{5}{2},5\right)$　　C□$\left[\sqrt{5},\frac{5}{2}\right)$　　D□$[1,5)$

□□□□D

□□□□

□ MN □□□ D □□□ PA □ PD □□ $PD=d$ □□ $\mathrm{Rt}\triangle PAD$ □ $\mathrm{Rt}\triangle PMD$ □□□□ d □ r □□□□ AD □ MD □□ $AM=2MN$ □□

$AD=5MD$ □□□ $0\le d^2<r$ □□□□.

□□□□

□□ P □ $(x-4)^2+(y-5)^2=r^2$ □□ $r>0$ □□□□□ $P(4,5)$ □

$AP=\sqrt{(4-1)^2+(5-1)^2}=5$ □

□ MN □□□ D □□□ PA □ PD □

□□ $AM=2MN$ □□□ $AD=5MD$ □

□ $PD=d$ □□ $\mathrm{Rt}\triangle PAD$ □□□□□□□□□□ $AD=\sqrt{AP^2-PD^2}=\sqrt{25-d^2}$ □

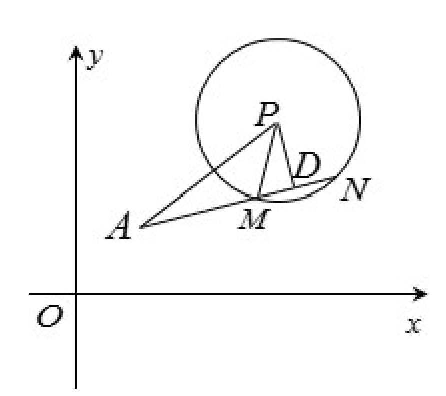
□ $\mathrm{Rt}\triangle PMD$ □□□□□□□□□□ $MD=\sqrt{PM^2-PD^2}=\sqrt{r^2-d^2}$ □

□□ $\sqrt{25-d^2}=5\sqrt{r^2-d^2}$ □□□□□□ $d^2=\frac{25}{24}(r^2-1)$ □

□□ $d<r$ □□□ $d^2=\frac{25}{24}(r^2-1)<r^2$ □□□□ $r<5$ □

□□ $d^2=\frac{25}{24}(r^2-1)\ge 0$ □□□ $r\ge 1$ □□□ $1\le r<5$ □

□□□D.



7□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□$\triangle ABC$□□A□B□C□□□$\triangle ABC$□□a□b□c□□□□□□$\cos B+\sqrt{3}\sin B=2$□□□□□

□□$\dfrac{\cos B}{b}+\dfrac{\cos C}{c}=\dfrac{2\sin A\sin B}{3\sin C}$□□$a+c$□□□□□□

A□$(\sqrt{3},2\sqrt{3}]$　　　　B□$\left(\dfrac{\sqrt{3}}{3},\dfrac{2\sqrt{3}}{3}\right]$　　　　C□$\left(\dfrac{\sqrt{3}}{3},\dfrac{2\sqrt{3}}{3}\right)$　　　　D□$(3,2\sqrt{3}]$

□□□□D

□□□□

□□□$\cos B+\sqrt{3}\sin B=2$□□□□□□□□□□$B=\dfrac{\pi}{3}$□□□□□$\dfrac{\cos B}{b}+\dfrac{\cos C}{c}=\dfrac{2\sin A\sin B}{3\sin C}$□□□□□□□□□□□□□□$b=\sqrt{3}$□□

□□$a+c$□□□□□□□□□□□□$a+c=2\sqrt{3}\sin\left(A+\dfrac{\pi}{6}\right)$□□□□□□□□□.

□□□□

□□$\cos B+\sqrt{3}\sin B=2$□$\sin\left(B+\dfrac{\pi}{6}\right)=1$□□$\dfrac{\pi}{6}<B+\dfrac{\pi}{6}<\dfrac{2\pi}{3}$□□□$B=\dfrac{\pi}{3}$.

□□□$\triangle ABC$□□$\dfrac{\pi}{6}<A<\dfrac{\pi}{2}$□

□□□□□□□

$$\frac{\cos B}{b}+\frac{\cos C}{c}=\frac{c\cos B+b\cos C}{bc}=\frac{\sin C\cos B+\sin B\cos C}{b\sin C}=\frac{\sin A}{b\sin C}=\frac{2\sin A\sin B}{3\sin C}$$

□□$b=\dfrac{3}{2\sin B}=\sqrt{3}$□

□□ $a+c=\frac{b}{\sin B}(\sin A+\sin C)=2\sin A+2\sin\left(\frac{2\pi}{3}-A\right)=2\sqrt{3}\sin\left(A+\frac{\pi}{6}\right)$.

□□ $\frac{\pi}{3}<A+\frac{\pi}{6}<\frac{2\pi}{3}$□

□□ $\frac{\sqrt{3}}{2}<\sin\left(A+\frac{\pi}{6}\right)\le 1$□

□□ $a+c\in\left(3,2\sqrt{3}\right]$.

□□□D.

□□□□

□□.

8□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□□ $f(x)=x+\ln x$□$g(x)=x\ln x$□□$f(x_1)=\ln t$□$g(x_2)=t$□□$x_1x_2\ln t^2$□□□□□

□□

A□$-\frac{2}{e}$　　B□$\frac{2}{e}$　　C□$-\frac{1}{e}$　　D□$-\frac{2}{e^2}$

□□□A

□□□□

□□□□ $e^{x_1}\cdot x_1=e^{\ln x_2}\cdot\ln x_2$□□ $y=xe^x$□$(0,+\infty)$□□□□□ $x_1=\ln x_2$□□ $x_1x_2=t$□□ $x_1x_2\ln t^2=2t\ln t$□□□□□□□

$h(t)=2t\ln t(t>0)$□□□□□□.

□□□□

$f(x_1)=x_1+\ln x_1=\ln t$□$\therefore t=e^{x_1}\cdot x_1$① □

$g(x_2)=x_2\ln x_2=t$□$\therefore t=e^{\ln x_2}\cdot\ln x_2$② □

□① ②□ $e^{x_1}\cdot x_1=e^{\ln x_2}\cdot\ln x_2$□

□□□ $x>0$□□ $\left(xe^x\right)'=(x+1)e^x>0$□

□□ $y=xe^x$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□ $\therefore x_1=\ln x_2$ □□ $x_1x_2=t$ □ $\therefore x_1x_2\ln t^2=2t\ln t$.

□ $h(t)=2t\ln t(t>0)$ □□ $h'(t)=2(\ln t+1)$ □

□ $h'(t)>0$ □□□ $t>\frac{1}{e}$ □□ $h'(t)<0$ □□□ $0<t<\frac{1}{e}$ □

□ $h(t)$ □ $\left(0,\frac{1}{e}\right)$ □□□□□□ $\left(\frac{1}{e},+\infty\right)$ □□□□□ $\therefore h(t)_{\min}=h\left(\frac{1}{e}\right)=-\frac{2}{e}$.

□□□A.

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $x_1=\ln x_2$ □□ $x_1x_2=t$ □□□□□□□ $h(t)=2t\ln t(t>0)$ □□□□.

9□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□ $A-BCD$ □□ $\angle ABC=\angle CBD=\angle DBA=60^\circ$ □ $BC=BD=1$ □ $\triangle ACD$ □□□□

$\frac{\sqrt{11}}{4}$ □□□□□□□□□□□□□□□　□

A□ 4π　　　　B□ 16π　　　　C□ $\frac{16}{3}\pi$　　　　D□ $\frac{32}{3}\pi$

□□□□A

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ AE □□□□□□□□□ AC, AD □□□□□□□□□ $\angle ACB=\angle ADB=90$ □□□ AB □□□□□□□□□□□

□□□□□□□□□□□.

□□□□

$BC=BD=1$ □ $\angle CBD=60^\circ$ □ $\therefore CD=1$ □

□ $AB=AB, \angle ABC=\angle DBA=60^\circ, BC=BD$ □ $\therefore \triangle ABC\cong\triangle ABD$ □□ $AC=AD$ □

□ CD □□ E □□□ AE □

□□ $\triangle ACD$ □□□□ $\frac{\sqrt{11}}{4}$ □□□ $\triangle ACD$ □□ $AE=\frac{\sqrt{11}}{2}$ □

□□□ $AC=AD=\sqrt{3}$ □

□ $\triangle ABC$ □□□□□□ $AC^2=AB^2+BC^2-2AB\cdot BC\cdot\cos 60^\circ$ □

$\therefore 3=AB^2+1-2\times AB\times 1\times\frac{1}{2}$□□□ $AB=2$□

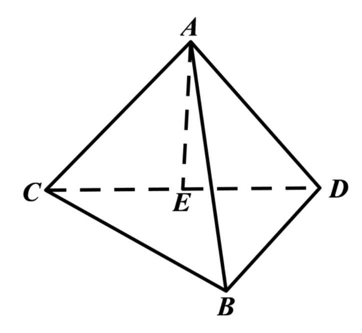
□ $AC^2+BC^2=AB^2$ □□□ $\angle ACB=90$ □ $\therefore\angle ADB=90$ □

$\therefore AC\perp BC, AD\perp BD$ □

□□□□□□□ AB □□□□□□□□□□□□□□□1□

□□□□□□□□□ $4\pi\times1^2=4\pi$.

□□□A.



10□□2021·□□□□□□□□□□□□□□□□ $\{a_n\}$ □□ $a_1=1,\ a_{n+1}=\ln(e^{a_n}-a_n)(n\in N^*)$ □□ $e=2.71828\ldots$ □□□□□□□□□□□

□□ $\{a_n\}$ □□ n □□□ S_n □□□ □ □

A□ $0\le S_{2021}<1$

B□ $1\le S_{2021}<2$

C□ $2\le S_{2021}<3$

D□ $3\le S_{2021}<4$

□□□□B

□□□□

□ $f(x)=e^x-x$,□□□□□□□□□□□□□ $f(x)\ge f(0)=1$□□□ $f(a_n)=e^{a_n}-a_n\ge1$□□□□□ $a_{n+1}\ge0$□□

$a_{n+1}=\ln(e^{a_n}-a_n)\Rightarrow a_n=e^{a_n}-e^{a_{n+1}}$ □□□□□□□□□□□□□□□□.

□□□□

设 $f(x)=e^x-x$，则 $f'(x)=e^x-1$

$f'(x)>0$，得 $x>0$，$f'(x)<0$，得 $x<0$，

所以函数 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，在 $(-\infty,0)$ 上单调递减.

所以 $f(x)\geq f(0)=1$，则 $f(a_n)=e^{a_n}-a_n\geq 1$

由 $a_{n+1}=\ln(e^{a_n}-a_n)$，所以 $a_{n+1}\geq 0$

又 $a_1=1,\ \therefore S_n\geq 1$

又 $a_{n+1}=\ln(e^{a_n}-a_n)\Rightarrow a_n=e^{a_n}-e^{a_{n+1}}$，

所以 $S_{2021}=a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{2021}=(e^{a_1}-e^{a_2})+(e^{a_2}-e^{a_3})+\cdots+(e^{a_{2021}}-e^{a_{2022}})$.

$=e^{a_1}-e^{a_{2022}}=e-e^{a_{2022}}\leq e-1<2$

所以 $1\leq S_{2021}<2$

故选：B

11．(2021·江苏·金陵中学高三期中) 设 $a=2021\ln 2019$，$b=2020\ln 2020$，$c=2019\ln 2021$，则（　）

A．$a>b>c$　　B．$c>b>a$　　C．$a>c>b$　　D．$b>a>c$

【答案】A

【分析】

比较 a,b 大小，转化为比较 $\frac{\ln 2019}{2020},\frac{\ln 2020}{2021}$ 大小，构造函数 $f(x)=\frac{\ln x}{x+1}$，通过求导判断 $f(x)$ 的单调性，可得出 a,b 大小；比较 b,c 大小，转化为比较 $\frac{\ln 2020}{2019},\frac{\ln 2021}{2020}$，构造函数 $g(x)=\frac{\ln x}{x-1}$，求导判断 $g(x)$ 单调性，得到出 b,c 大小，即可得出结论.

【详解】

设 $f(x)=\frac{\ln x}{x+1}$，$f'(x)=\frac{1+\frac{1}{x}-\ln x}{(x+1)^2}$，

当 $x\in[e^2,+\infty)$ 时，$f'(x)<0$，$f(x)$ 在 $[e^2,+\infty)$ 上单调递减，

$f(2019) > f(2020)$ □□ $\frac{\ln 2019}{2020} > \frac{\ln 2020}{2021}$ □

$2021\ln 2019 > 2020\ln 2020$ □□□ $a > b$ □

□ $g(x) = \frac{\ln x}{x-1}, g'(x) = \frac{1-\frac{1}{x}-\ln x}{(x-1)^2}$ □

□ $x \in [e^2, +\infty)$ □□ $g'(x) < 0, g(x)$ □ $[e^2, +\infty)$ □□□□□

$g(2020) > g(2021)$ □□ $\frac{\ln 2020}{2019} > \frac{\ln 2021}{2020}$ □

$2020\ln 2020 > 2019\ln 2021$ □□□ $b > c$ □

□□ $a > b > c$.

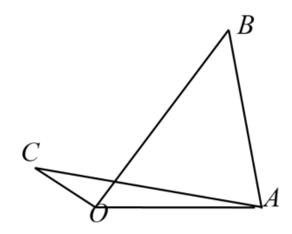
□□□A.

□□□□

□□.

12□□2021·□□□□·□□□□□□□□□□ $OA = 2$ □ $OB = 3$ □ $OC = 1$ □ $\angle AOB = 60$ □ $\angle BOC = 90$ □□ $\overrightarrow{OB} = x\overrightarrow{OA} + y\overrightarrow{OC}$ □□

$\frac{x}{y}$=□　□



A□$\sqrt{3}$　　　　B□$\frac{1}{2}$　　　　C□$\frac{\sqrt{3}}{3}$　　　　D□$\frac{2}{3}$

□□□□C

□□□□

□□□□□□ OC □ x □□□□ OB □ y □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $(0,2) = (\sqrt{3}x - y, x)$ □□□□□.

□□□□

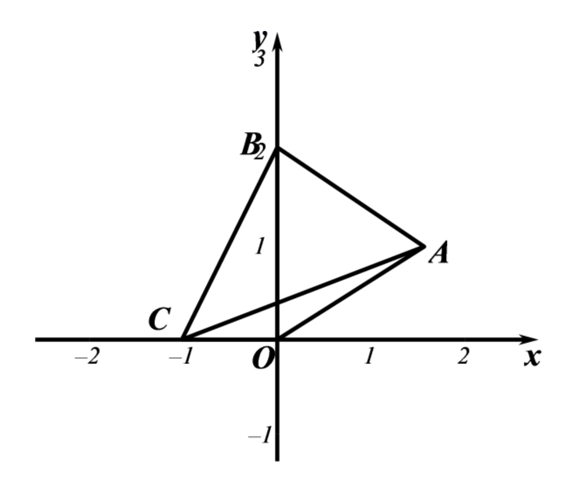
□□□□□□ OC □ x □□□□ OB □ y □□□□□□□□□□□□

□ $A(\sqrt{3},1)$ □ $B(0,2)$ □ $C(-1,0)$ □

$\overrightarrow{OB}=x\overrightarrow{OA}+y\overrightarrow{OC}$□□$(0,2)=x(\sqrt{3},1)+y(-1,0)=(\sqrt{3}x-y,x)$□

□□$x=2, y=2\sqrt{3}$□□$\frac{x}{y}=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

□□□C.



13□□2021·□□□□·□□□□□□□O□□□□□□□□□□$C: y=\ln x(0<x<1)$□□□P□C□□□□□x□□□A □□$\triangle AOP$□□□□□□□□□P□□□□□□　□

A□$\frac{\pm\sqrt{5}-1}{2}$　　B□$\frac{-\sqrt{5}+1}{2}$　　C□$-\frac{\sqrt{5}+1}{2}$　　D□$-e$

□□□□C

□□□□

□□$\triangle AOP$□□□□P□□□□□□□□□□□□□□□□$\triangle AOP$□□□□□□□P□□□□□□□□□□□.

□□□□

□□□□P□□□□$(x_0,\ln x_0)$

$y'=\frac{1}{x}$□□$x=x_0$□□$y'_{x_0}=\frac{1}{x_0}$

$\therefore$□□□□□□$y-\ln x_0=\frac{1}{x_0}(x-x_0)$□□$y=0$□□$x=x_0-x_0\ln x_0$

$\therefore$□P□□□□$(x_0-x_0\ln x_0,0)$

$0<x<1$□$\therefore \ln x_0<0$

$\therefore S_{\triangle AOP}=\frac{1}{2}\times|\ln x_0|\times(x_0-x_0\ln x_0)=-\frac{1}{2}\ln x_0(x_0-x_0\ln x_0)=-\frac{1}{2}x_0\ln x_0+\frac{1}{2}x_0(\ln x_0)^2$

令 $g(x)=-\frac{1}{2}x_0\ln x_0+\frac{1}{2}x_0(\ln x_0)^2$

$g'(x)=-\frac{1}{2}x_0\cdot\frac{1}{x_0}-\frac{1}{2}\ln x_0+\frac{1}{2}(\ln x_0)^2+\frac{1}{2}x_0\cdot 2x_0\cdot 2\ln x_0=\frac{1}{2}(\ln x_0)^2+\frac{1}{2}\ln x_0-\frac{1}{2}$

令 $t=\ln x_0$，（$t<0$），$f(t)=\frac{1}{2}t^2+\frac{1}{2}t-\frac{1}{2}=0$

解得 $t_1=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}>0$（舍去），$t_2=\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$

$\therefore f(t)$ 在 $\left(-\infty,\frac{-1-\sqrt{5}}{2}\right)$ 单调递增，在 $\left(\frac{-1-\sqrt{5}}{2},0\right)$ 上单调递减

$\therefore$ 当 $\ln x_0=\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$ 时，$g(x)$ 最大，即 $\triangle AOP$ 面积最大

故点 P 的纵坐标为 $\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$.

故选：C.

【点睛】

关键点睛：求复杂函数的最值时，通常利用导数求出函数的单调性以及单调区间，必要时，需要利用换元法进行处理，进而得出函数的极值或最值.

14．（2021·江苏扬州·高三月考）已知函数 $f(x)=\sqrt{1-x}+a,x\in[m,n]$ 的值域为 $[m,n](m<n)$，则实数 a 的取值范围为（　　）

A．$\left(-\frac{3}{4},\frac{1}{4}\right)$　　B．$\left(-1,-\frac{1}{4}\right)$　　C．$[0,\frac{1}{4})$　　D．$(-\frac{3}{4},0]$

【答案】C

【分析】

根据函数单调性可列关于 a、m、n 的方程组，然后转化为 a 关于 n 或 m 的函数可解决此题.

【详解】

由题意得 $f(x)=\sqrt{1-x}+a$ 在 $[m,n]$ 上单调递减，

因为函数的值域为 $[m,n]$，

□□ $\begin{cases} f(m)=\sqrt{1-m}+a=n \\ f(n)=\sqrt{1-n}+a=m \end{cases}$ □ $\sqrt{1-m}-\sqrt{1-n}=n-m=(1-m)-(1-n)$

$=(\sqrt{1-m}-\sqrt{1-n})(\sqrt{1-m}+\sqrt{1-n})$ □

□ $m<n$ □ $\therefore \sqrt{1-m}-\sqrt{1-n}\neq 0$ □ $\therefore \sqrt{1-m}+\sqrt{1-n}=1$ □ $\therefore \sqrt{1-m}=1-\sqrt{1-n}$ □

$\therefore a=n+\sqrt{1-n}-1=-(\sqrt{1-n})^2+\sqrt{1-n}=-(\sqrt{1-n}-\frac{1}{2})^2+\frac{1}{4}$ □

□ $m<n$ □ $\therefore \sqrt{1-m}>\sqrt{1-n}$ □□□ $\sqrt{1-m}+\sqrt{1-n}=1$ □□□ $\sqrt{1-n}\in[0$ □ $\frac{1}{2})$ □

$\therefore a\in[0$ □ $\frac{1}{4})$ □

□□□ C □

15□□2021·□□□□·□□□□□□□ $\triangle ABC$ □□□ A,B,C □□□□□□□ a,b,c □ $b\sin\frac{B+C}{2}=a\sin B$ □□ $\triangle ABC$ □□□□□□ 9π □□ $\triangle ABC$ □□□□□□□□ （ ）

A□ $\sqrt{3}$　　B□ $3\sqrt{3}$　　C□ $9\sqrt{3}$　　D□ $27\sqrt{3}$

□□□□D

□□□□

□□□□□□□□□□□□□ $A=\frac{\pi}{3}$ □□□□□□□□□□□□□□□ $r=3$ □□□□□ $S_{\triangle ABC}=\frac{r(a+b+c)}{2}=\frac{1}{2}bc\sin A$ □□□□□□□□□□□□□□□ □ bc □□□□□□□ $\triangle ABC$ □□□□□□.

□□□□

□□□□ $\sin B\sin\frac{B+C}{2}=\sin A\sin B$ □□ $\sin B\neq 0$ □ $\frac{B+C}{2}=\frac{\pi}{2}-\frac{A}{2}$ □

$\therefore \cos\frac{A}{2}=\sin A=2\sin\frac{A}{2}\cos\frac{A}{2}$ □ $0<\frac{A}{2}<\frac{\pi}{2}$ □□ $\sin\frac{A}{2}=\frac{1}{2}$ □

$\therefore A=\frac{\pi}{3}$ □□□□ $\triangle ABC$ □□□□□ $r=3$ □□ $S_{\triangle ABC}=\frac{r(a+b+c)}{2}=\frac{1}{2}bc\sin A$ □

$\therefore 2\sqrt{3}(a+b+c)=bc$ □□ $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A=b^2+c^2-bc\geq bc$ □□ $a\geq\sqrt{bc}$ □

$\therefore bc\geq 6\sqrt{3}\cdot\sqrt{bc}$ □□□ $bc\geq 108$ □□□□ $a=b=c=6\sqrt{3}$ □□□□.

$\therefore S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}bc\sin A\geq 27\sqrt{3}$.

□□□D

□□□□□

16□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□ a □□□□□ $f(x)=x(\ln x-2ax)$ □□□□□□ x_1□x_2□$x_1<x_2$□□□□　□

A□$0<a<\frac{1}{4}$　　B□$x_1+x_2<2$　　C□$f(x_1)<0$　　D□$f(x_2)>-\frac{1}{2}$

□□□□ACD

□□□□

□ $f'(x)=0$□□$4a=\frac{1+\ln x}{x}$□□□ $y=4a$□$g(x)=\frac{1+\ln x}{x}$□□□□□□□□□ AB□

□□□□□□□□□□□ CD

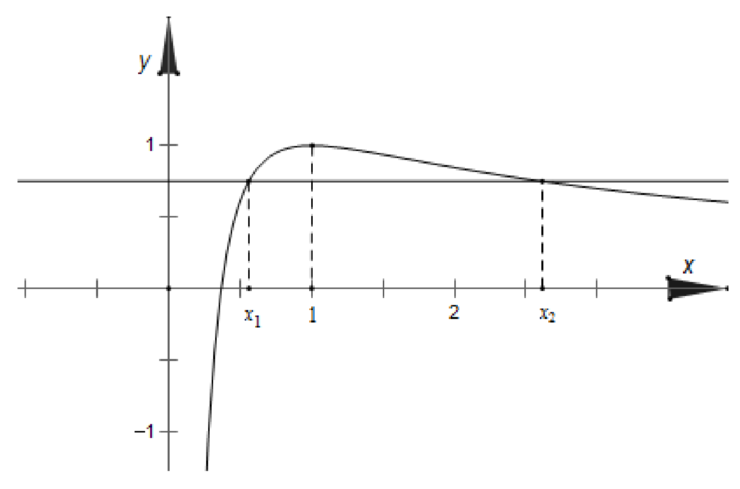
□□□□

□ $f'(x)=\ln x+1-4ax$□$(x>0)$□□ $f'(x)=0$□□$4a=\frac{1+\ln x}{x}$□

□ $g(x)=\frac{1+\ln x}{x}$□□ $g'(x)=\frac{-\ln x}{x^2}$□

$g(x)$ □ $(0,1)$ □□□□□□□ $(1,+\infty)$ □□□□□□

□□ $y=4a$□$g(x)=\frac{1+\ln x}{x}$□□□□□□



□$0<a<\frac{1}{4}$□□ $f'(x)=0$□□□□ x_1□x_2□□ $x_1<1<x_2$□□ A □□□

□ $a\to 0$ □□ $x_1+x_2\to+\infty$ □□ B □□□

□□□ $f(x)$ □□□ $(0,x_1)$ □□□□□□ (x_1,x_2) □□□□□□ $(x_2,+\infty)$ □□□□

$\therefore f(x_1)<f(1)=-2a<0$□ $f(x_2)>f(1)=-2a>-\frac{1}{2}$□□ CD □□□

□□□ACD□

17□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□□ $y=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$ □□□□□□□ $\frac{\pi}{6}$ □□□□□□□□□□ $f(x)$ □□□□□□□□□□ $f(x)$

□□□□□□

A□ $f(x)$ □□□□

B□ $f(x)$ □□□□□□□ $\frac{\pi}{2}$

C□ $f(x)$ □□□□□□□ $x=\frac{\pi}{12}$ □□

D□ $f(x)$ □□□□□ $\left(-\frac{\pi}{4},0\right)$ □□

□□□□AD

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□ $y=f(x)$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

□□□□

□□□□□ $f(x)=2\sin\left[2\left(x+\frac{\pi}{6}\right)+\frac{\pi}{6}\right]=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{2}\right)=2\cos 2x$ □

□□ $y=f(x)$ □□□□□A □□□

□□ $y=f(x)$ □□□□□ $\frac{2\pi}{2}=\pi$ □B □□□

$f\left(\frac{\pi}{12}\right)=\sqrt{3}$ □□□□ $x=\frac{\pi}{12}$ □□□□ $y=f(x)$ □□□□□□□C □□□

$f\left(-\frac{\pi}{4}\right)=0$□□$\left(-\frac{\pi}{4},0\right)$□□□$y=f(x)$□□□□□□□□□D□□.

□□□AD.

□□□□

□□.

18□□2021·□□□□·□□□□□□$\triangle ABC$□□A□B□C□□□□□a□b□c□□BC□□□□□□M□$\triangle ABC$□□□□S□□□$a=2\sqrt{3}$□

$b^2+c^2=24$□□□□□□□□□□　□

A□□$A=\frac{\pi}{3}$□□$S=3\sqrt{3}$　　B□S□□□□□$3\sqrt{3}$

C□$AM=3$　　D□□A□□□□□$\frac{\pi}{3}$

□□□□ABC

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□A□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□B□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□C□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□D□□□□□□.

□□□□

□□A□□□□□□□□□$12=a^2=b^2+c^2-2bc\cos A=24-bc$□□$bc=12$□

□$S=\frac{1}{2}bc\sin A=3\sqrt{3}$□A□□

□□B□□□□□□□□□□$24=b^2+c^2\geq 2bc$□□$bc\leq 12$□

□□□□$b=c=2\sqrt{3}$□□□□□□□

□□□□□□□□$\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\frac{24-12}{2bc}=\frac{6}{bc}$□

□$S=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}bc\sqrt{1-\cos^2 A}=\frac{1}{2}\sqrt{(bc)^2-36}\leq\frac{1}{2}\sqrt{12^2-36}=3\sqrt{3}$□B□□

□□C□$\angle AMB+\angle AMC=\pi$□□$\cos\angle AMB=\cos(\pi-\angle AMC)=-\cos\angle AMC$□

□□□□□□ $\cos\angle AMB=\dfrac{AM^2+\dfrac{a^2}{4}-c^2}{AM\cdot a}$ □ $\cos\angle AMC=\dfrac{AM^2+\dfrac{a^2}{4}-b^2}{AM\cdot a}$ □

□□□ $\dfrac{AM^2+\dfrac{a^2}{4}-c^2}{AM\cdot a}=-\dfrac{AM^2+\dfrac{a^2}{4}-b^2}{AM\cdot a}$ □□□□□ $AM^2=\dfrac{b^2+c^2}{2}-\dfrac{a^2}{4}=9$ □

□ $AM=3$ □C □□

□□ D□□□□□□□ $\cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\dfrac{12}{2bc}\geq\dfrac{12}{b^2+c^2}=\dfrac{1}{2}$ □

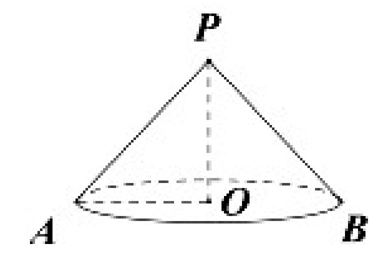
□□□□ $b=c=2\sqrt{3}$ □□□□□□□

□□ $A\in(0,\pi)$ □□□ $y=\cos x$ □ $(0,\pi)$ □□□□□□□ $0<A\leq\dfrac{\pi}{3}$ □D □.

□□□ABC.

19□□2021·□□□□·□□□□□□□□□□□□□ OP □□□□□ $r=\sqrt{3}$ □□□□□ $2\sqrt{3}\pi$ □□□□□□□□ O_1 □□□□□□□□ O_2 □□□□□□□□□□

□□　□



A□□□□ O_2 □□□□□ 16π

B□□□□□□ O_1 □□□□ r_1 □□□□ O_2 □□□□ r_2 □□ $r_2=3r_1$

C□□□ P □□□ α □□□ OP □□□□□□□□□□ $\sqrt{3}$

D□□□□□□ AC_1 □□□ OP □□ $\dfrac{8}{9}$

□□□□AD

□□□□

□□□ r_1, r_2 □□□□□□□□□□□□□□□ $h<r$ □□□□□ P □□□ α □□□ OP □

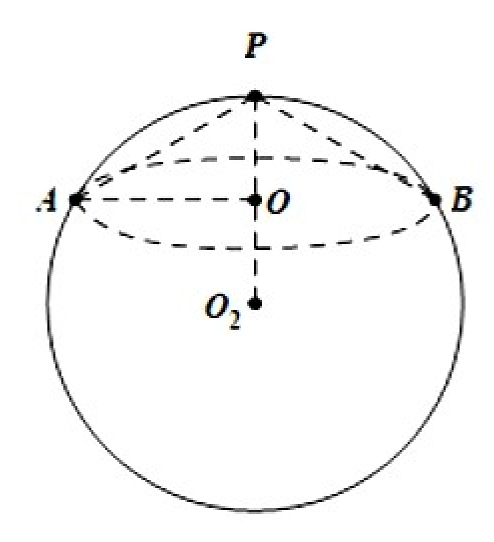
□□ V □□□□□□□□□□□□□□

[illegible].

[illegible]

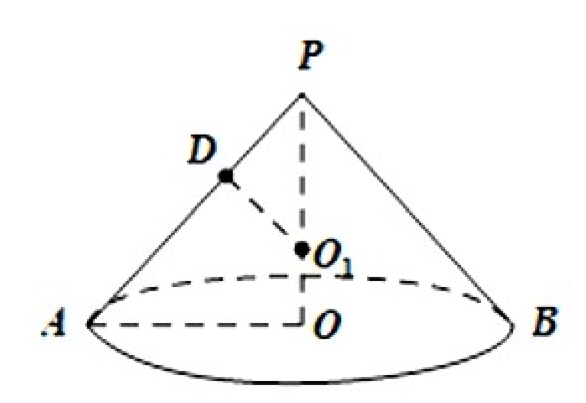
[illegible] $S=\pi rl=\sqrt{3}\pi l=2\sqrt{3}\pi$ [illegible] $l=2$ [illegible] 2 [illegible] $h=1$ [illegible]

[illegible] r_2 [illegible]



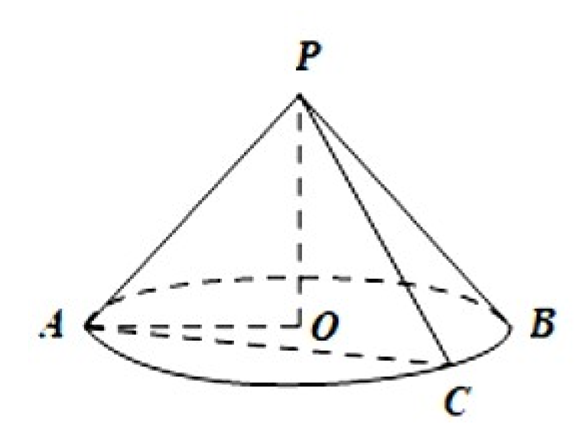
[illegible] $\triangle AOO_2$ [illegible] $AO_2^2=AO^2+OO_2^2$ [illegible] $r_2^2=(\sqrt{3})^2+(1-r_2)^2, r_2=2$ [illegible] $S=4\pi r_1^2=16\pi$ [illegible] A [illegible]

[illegible] O_1 [illegible] r_1, O_1D [illegible] PA [illegible] D [illegible]



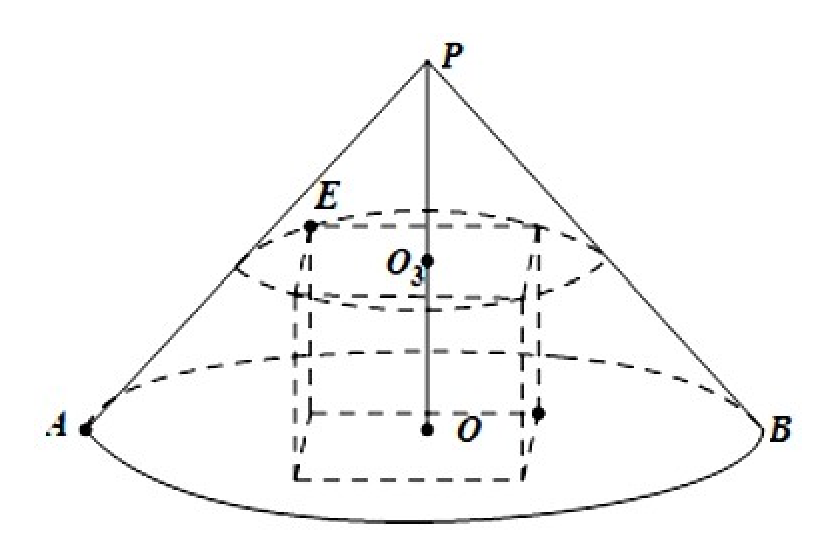
[illegible] $\triangle PDO_1, PO_1^2=DO_1^2+PD^2$ [illegible] $(1-r_1)^2=r_1^2+(2-\sqrt{3})^2$ [illegible] $r_1=2\sqrt{3}-3$ [illegible] B [illegible]

[illegible] P [illegible] α [illegible] OP [illegible]



□□ $h<r$ □□□□ $\triangle PAC$ □□□□□□□□□□□□□□□ C □□□□□□□□ $S_{\triangle PAC}=\frac{1}{2}\times2\times2=2$ □□ C □□□□

□□□ OP □□□□□□□□□□□□□□□□□□ E □□□□□□□□ $O_3, EO_3=r_3$ □□□□



□ $PO_3=\frac{\sqrt{3}}{3}r_3, OO_3=1-\frac{\sqrt{3}}{3}r_3$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□□□□□□□ $V=\frac{1}{2}(2r_3)^2\cdot\left(1-\frac{\sqrt{3}}{3}r_3\right), V=4r_3-2\sqrt{3}r_3^2$ □□ $r_3\in\left(0,\frac{2}{\sqrt{3}}\right)$ □□ $V>0, r_3\in\left(\frac{2}{\sqrt{3}},+\infty\right)$ □□ $V<0$ □□

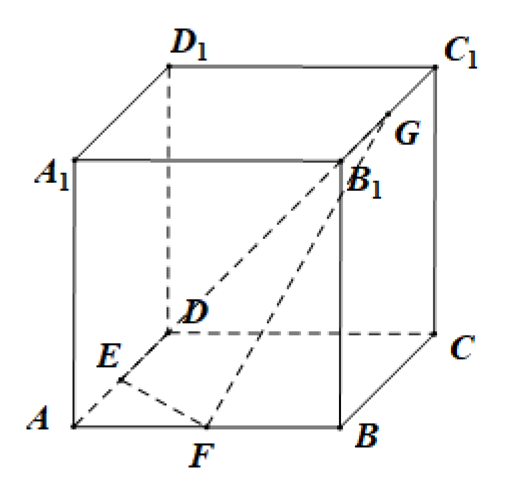
$V_{max}=\frac{1}{2}\left(\frac{4}{\sqrt{3}}\right)^2\cdot\left(1-\frac{\sqrt{3}}{3}\frac{2}{\sqrt{3}}\right)=\frac{8}{9}$ □

□ D □□□

□□□AD

20□□2021·□□□□·□□□□□□□□□□□□ $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ □□□□2□ E□F□G□□□ AB□AD□B_1C_1 □□□□□□□□□□

□□□（　）



A□□□□ $C-EFG$ □□□□2

B□ $A_1C\perp$ □□ EFG

C□□□□□ EF □ AG □□□□□□□□ $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$

D□□□ E□F□G □□□□□□□□□□□□□□□□ $3\sqrt{3}$

□□□□BD

□□□□

□A□□□□□□□□□□□□□□□□□BC□□□□□□□□□□□□□D□□□□□□□□□.

□□□□

□A□ $V_{C-EFG}=\dfrac{1}{3}\cdot S_{\triangle ECF}\cdot CC_1=\dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{3}{2}\cdot 2=1$ □□A□□□

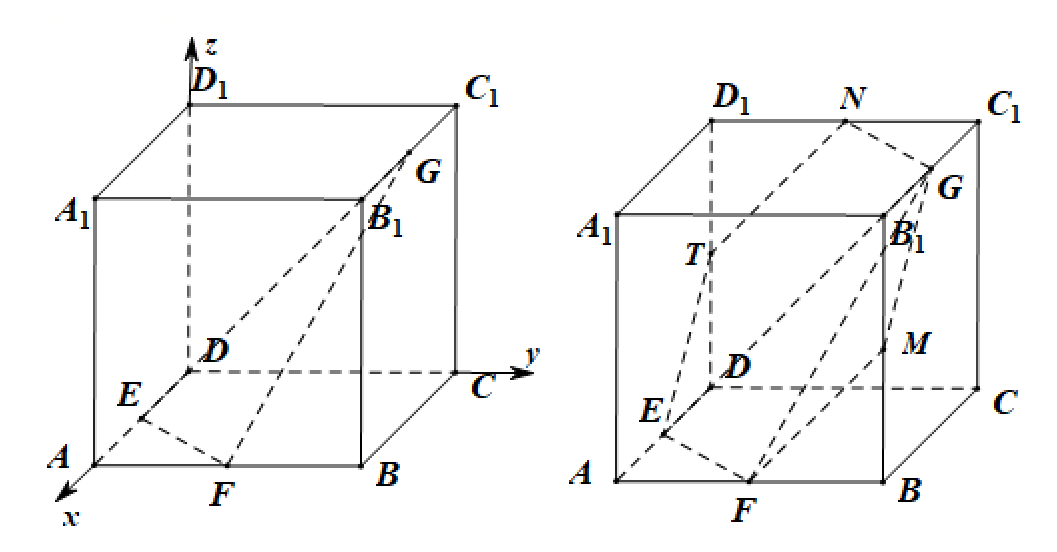
□B□□ DA□x□□ DC□y□□ DD_1□z□□□□□□□□□□□□□ $C(0,2,0)$, $A_1(2,0,2)$, $E(1,0,0)$, $F(2,1,0)$, $G(1,2,2)$ □ $A(2,0,0)$ □□

$\overrightarrow{A_1C}=(-2,2,-2)$ □ $\overrightarrow{EF}=(1,1,0)$ □ $\overrightarrow{EG}=(0,2,2)$ □ $\overrightarrow{A_1C}\cdot\overrightarrow{EF}=0$ □ $\overrightarrow{A_1C}\cdot\overrightarrow{EG}=0$ □□ $A_1C\perp$ □□ EFG □B□□□

□C□ $\overrightarrow{EF}=(1,1,0)$ □ $\overrightarrow{AG}=(-1,2,2)$ □ $\left|\cos\left\langle\overrightarrow{EF},\overrightarrow{AG}\right\rangle\right|=\left|\dfrac{1}{\sqrt{2}\cdot 3}\right|=\dfrac{\sqrt{2}}{6}$ □□C□□□

□D□□ C_1D_1 □□ N□ BB_1 □□□ M□ DD_1 □□□ T □□□ GN,GM,FM,TN,ET □□□□□□ $EFMGNT$ □□□□□□□□□□□□□□□□ $\sqrt{2}$ □

□□□□□□□□ $S=6\cdot\frac{\sqrt{3}}{4}\cdot(\sqrt{2})^2=3\sqrt{3}$，□□ D □□.



□□□BD

21□□2021·□□□□·□□□□□□□ $f(x)$ □□□□ 4 □□□□□□□□ $0\le x\le 2$ □□ $f(x)=\begin{cases}x,0\le x\le 1\\2-x,1<x\le 2\end{cases}$，□□

$g(x)=f(x)+f(x+1)$，□□□（　）

A．$g(2022)=-1$　　　　B．□□□ $y=g(x)$ □□□□□

C．□□□ $y=g(x)$ □□□□□ 2　　　　D．□□□ $y=g(x)$ □□□□□□□□□□□□□□□□

□□□□ABD

□□□□

□□□□□□□□□□□□ $y=g(x)$ □□ 4 □□□□□□□□□□□□□□□ B □□□□□□□□ $g(2022)$ □□□□□□□□□□□ A □□□□□□□□ $g(x)$ □□ $[0,4]$

□□□□□□□□□□□ R，□□□□□□□ C □□□□□□□□□□□□□□□□□□□ D □□.

□□□□

□□ $f(x)$ □□□□ 4 □□□□□□□□ $f(x+4)=f(x)$，

□□ $g(x+4)=f(x+4)+f(x+5)=f(x)+f(x+1)=g(x)$，□□□□□ $y=g(x)$ □□ 4 □□□□□□□□□□□ B □□□

□□ $g(2022)=g(2)=f(2)+f(3)=f(2)+f(-1)=f(2)-f(1)=2-2-1=-1$ □□A□□□

□□C□

□ $x\in(0,1)$ □□ $g(x)=f(x)+f(x+1)=x+2-(x+1)=x+2-x-1=1$ □

□ $x\in(1,2)$ □□ $g(x)=f(x)+f(x+1)=f(x)+f(x-3)$

$=f(x)-f(3-x)=2-x-[2-(3-x)]=-2x+3$ □□□ $g(x)$ □□□□□ $g(x)\in(-1,1)$

□ $x\in(2,3)$ □□ $g(x)=f(x)+f(x+1)=-f(4-x)-f(3-x)=-[2-(4-x)]-(3-x)=-1$

□ $x\in(3,4)$ □□ $g(x)=f(x)+f(x+1)=-f(4-x)+f(x-3)=-(4-x)-(x-3)=-1$ □

□ $g(0)=f(0)+f(1)=0+1=1$ □ $g(1)=f(1)+f(2)=1+0=1$ □ $g(2)=f(2)+f(3)=0+f(-1)=-f(1)=-1$ □

$g(3)=f(3)+f(4)=f(-1)+f(0)=-f(1)=-1$ □

$g(4)=g(0)=1$ □□□ $x\in[0,4]$ □□ $g(x)\in[-1,1]$ □□□ $g(x)$ □□□4□□ $g(x)$ □□□□□1□□C□□□

□□D□□□ $f(x)$ □□□□4□□□□□□ $f(x+2)=-f(x)$ □ $f(x-2)=-f(x)$ □ $f(x-1)=-f(x+1)$,

□ $g(1-x)=f(1-x)+f(2-x)=-f(x-1)-f(x-2)=f(x)+f(x+1)=g(x)$ □

□□□□ $g(x)$ □□ $x=\frac{1}{2}$ □□□□□ $y=g(x)$ □□□□□□□

□□ $g(x)+g(3-x)=f(x)+f(x+1)+f(3-x)+f(4-x)$

$=f(x)+f(x+1)+f(-1-x)+f(-x)$

$=f(x)+f(x+1)-f(1+x)-f(x)=0$ □

□□□□ $g(x)$ □□ $\left(\frac{3}{2},0\right)$ □□□□□□ $y=g(x)$ □□□□□□□□□D□□.

□□□ABD.

22□□2021·□□□□·□□□□□□□□ $f(x)=\frac{x}{e^x}$ □ e □□□□□□□□□□□□□ (a,b) □□□ $f(x)$ □□□·□□□□□□□□（　）

A□□ $a=0$ □□□□□□□□□□□□ $b=\frac{4}{e^2}$

B□□ $a=0$ □ $b>\frac{4}{e^2}$ □□□□□□□□□

C□□ $0<a<2$ □□□□□□□□□□□ $\frac{a}{e^a}<b<\frac{4-a}{e^2}$

D□□ $a=2$ □ $b>0$ □□□□□□□□□□□

□□□□ACD

□□□□

□□□□ $\left(x_0,\frac{x_0}{e^{x_0}}\right)$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $y-\frac{x_0}{e^{x_0}}=\frac{1-x_0}{e^{x_0}}(x-x_0)$ □□□ $b=\frac{x_0^2-ax_0+a}{e^{x_0}}$ □□ $g(x)=\frac{x^2-ax+a}{e^x}$ □

□ $g(x)$ □□□□□□□□ $a=0$ □ $0<a<2$ □ $a=2$ □ $g(x)$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□ $y=b$ □ $g(x)$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□

□□□□□□□□□.

□□□□

□□□□ $\left(x_0,\frac{x_0}{e^{x_0}}\right)$ □□ $f(x)=\frac{x}{e^x}$ □□ $f'(x)=\frac{e^x-e^x\cdot x}{e^{2x}}=\frac{1-x}{e^x}$ □

□□□□ $\left(x_0,\frac{x_0}{e^{x_0}}\right)$ □□□□□□□□ $k=f'(x_0)=\frac{1-x_0}{e^{x_0}}$ □

□□□□ $\left(x_0,\frac{x_0}{e^{x_0}}\right)$ □□□□□□ $y-\frac{x_0}{e^{x_0}}=\frac{1-x_0}{e^{x_0}}(x-x_0)$ □

□□□□□□ (a,b) □□□ $b-\frac{x_0}{e^{x_0}}=\frac{1-x_0}{e^{x_0}}(a-x_0)$ □□ $b=\frac{x_0^2-ax_0+a}{e^{x_0}}$ □

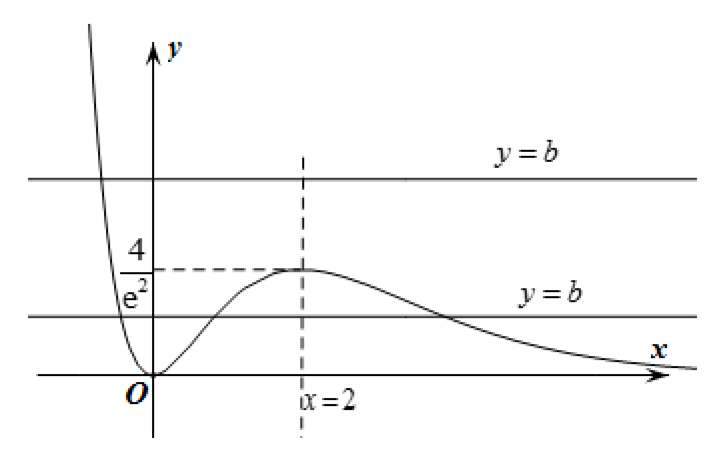
□ $g(x)=\frac{x^2-ax+a}{e^x}$ □

□ $g'(x)=\frac{(2x-a)-(x^2-ax+a)}{e^x}=\frac{-x^2+(a+2)x-2a}{e^x}=\frac{-(x-a)(x-2)}{e^x}$ □

□ $a=0$ □□

$g'(x)=\frac{-x(x-2)}{e^x}$□□ $g'(x)>0$□□ $0<x<2$□□ $g'(x)<0$□□□ $x<0$□ $x>2$□

□□ $g(x)=\frac{x^2}{e^x}$□$(-\infty,0)$□$(2,+\infty)$□□□□□□$(0,2)$□□□□□



$g(0)=0$□$g(2)=\frac{4}{e^2}$□□ x□□□ $+\infty$□□ $g(x)=\frac{x^2}{e^x}$□□□ 0□

□□A□□ $a=0$□□□□□□□□□□□□□ $y=b$□ $g(x)=\frac{x^2}{e^x}$□□□□□□□□□□□□ $b=\frac{4}{e^2}$□□□A□□□

□□B□□ $a=0$□$b>\frac{4}{e^2}$□□ $y=b$□$g(x)=\frac{x^2}{e^x}$□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□B□□□□

□□C□$g'(x)=\frac{-(x-a)(x-2)}{e^x}$□□ $0<a<2$□□

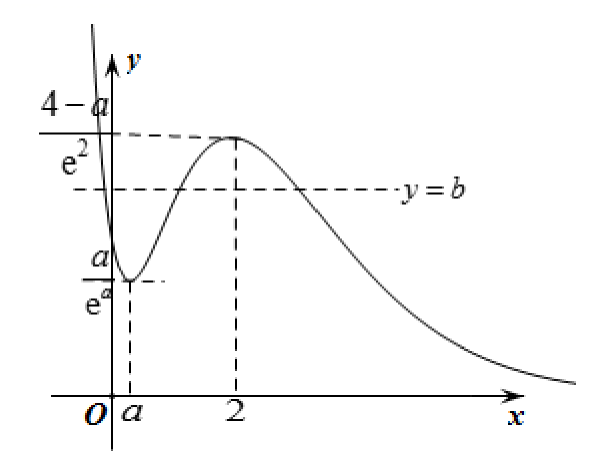
□$g'(x)>0$□□ $a<x<2$□□ $g'(x)<0$□□□ $x<a$□$x>2$□

□□ $g(x)=\frac{x^2-ax+a}{e^x}$□$(-\infty,a)$□$(2,+\infty)$□□□□□□$(a,2)$□□□□□

$g(x)$□□□ $g(a)=\frac{a^2-a^2+a}{e^a}=\frac{a}{e^a}$□ $g(x)$□□□ $g(2)=\frac{2^2-2a+a}{e^2}=\frac{4-a}{e^2}$□

□□□□□□□□□ $y=b$□$g(x)=\frac{x^2-ax+a}{e^x}$□□□□□□□□□□ $\frac{a}{e^a}<b<\frac{4-a}{e^2}$□

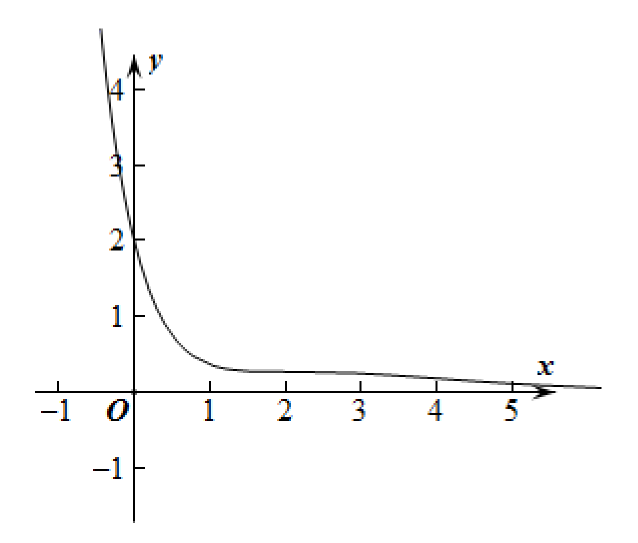
□□□C□□□



□□ D□□ $a=2$□□ $g'(x)=\frac{-(x-2)^2}{e^x}\le 0$□□□ $g(x)=\frac{x^2-2x+2}{e^x}$ □□□□□

□ x□□□ $-\infty$ □□ $g(x)$ □□□ $+\infty$ □□ x□□□ $+\infty$ □□ $g(x)$ □□□ 0□

□□ $y=b>0$□ $g(x)=\frac{x^2-2x+2}{e^x}=\frac{(x-1)^2+1}{e^x}>0$□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ D □□□



□□□ACD.

23□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□□□□ $C:\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1$□□□□ P□F_1□F_2□□□□□□□□□□ $\angle F_1PF_2=\theta$□□ $\triangle F_1PF_2$□□□□

S□□□□□□□□□□□□ □

A□□ $S=2$□□□□□□□□ P□4□

B□□ $\theta=60^\circ$ □□ $S=\frac{4\sqrt{3}}{3}$

C□θ□□□□□90°

D□□$\triangle F_1PF_2$□□□□□□□□S□□□□□□$(0,\sqrt{2})$

□□□□ABC

□□□□

□□□□□□□P□□□□□□□□□□A□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□B□

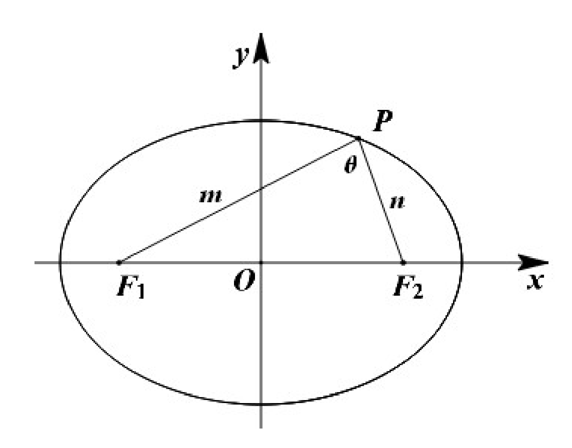
□□B□□□□□□□□□□□□□□□□C□

□□C□□□□□□□□$\angle F_1PF_2$□□□□□□□□□□□□□□□□□□P□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□$PF_2\perp F_1F_2$□□□□□□□□□□□

□D.

□□□□

□□□□$a=2\sqrt{2},b=c=2$□



□A□□$P(x,y)$□□$S=\frac{1}{2}\times|F_1F_2|\times|y|=\frac{1}{2}\times4\times|y|=2\Rightarrow|y|=1<b$□□□□□□□□□A□□□

□B□□□□□$|PF_1|=m,|PF_2|=n$□□□$m+n=2a=4\sqrt{2}$□□□□$\triangle F_1PF_2$□□

$$\cos\theta=\frac{m^2+n^2-4c^2}{2mn}=\frac{(m+n)^2-2mn-4c^2}{2mn}=\frac{32-2mn-16}{2mn}=\frac{8}{mn}-1$$

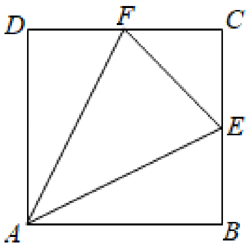
□$S=\frac{1}{2}mn\sin\theta$□□□$\theta=60^{\circ}$□□□$\begin{cases}\frac{8}{mn}-1=\frac{1}{2}\\ S=\frac{1}{2}mn\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\end{cases}\Rightarrow S=\frac{4\sqrt{3}}{3}$□□B□□□

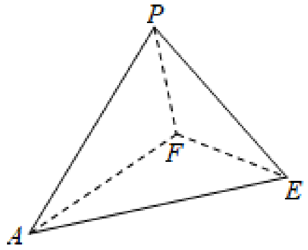
对C，由 $\cos\theta=\frac{8}{mn}-1\geq\frac{8}{\left(\frac{m+n}{2}\right)^2}-1=\frac{8}{(2\sqrt{2})^2}-1=0$，当且仅当 $m=n=2\sqrt{2}$ 时取"="，即 θ 的最大值为 90°，C正确；

对D，根据C可知，$\angle F_1PF_2$ 最大值为 90°，即不可能为钝角，根据椭圆的对称性，现仅考虑点 P 在第一象限的情况，根据角的变化情况，若 $PF_2\perp F_1F_2$，将 $x=2$ 代入椭圆方程解得：$|y|=\sqrt{2}$，此时 $S=\frac{1}{2}\times4\times\sqrt{2}=2\sqrt{2}$，则 $\triangle F_1PF_2$ 是钝角三角形，S 的取值范围是 $(0,2\sqrt{2})$，D错误.

故选：ABC.

24.（2021·河北·唐山市第十中学高三期中）如图，$ABCD$ 是边长为2的正方形，点 E，F 分别为边 BC，CD 的中点，将 $\triangle ABE$，$\triangle ECF$，$\triangle FDA$ 分别沿 AE，EF，FA 折起，使 B，C，D 三点重合于点 P，则（　　）





A．$AP\perp EF$

B．点 P 在平面 AEF 内的射影为 $\triangle AEF$ 的垂心

C．二面角 $A-EF-P$ 的余弦值为 $\frac{1}{3}$

D．若四面体 $P-AEF$ 的四个顶点在同一个球面上，则该球的表面积是 24π

【答案】ABC

【分析】

利用线面垂直的判定定理证得 $AP\perp$ 平面 PEF 后，即可判定 A；设 P 在底面 AEF 上的射影为 O，利用线面垂直判定定理证得 $EF\perp$ 平面 PAO 后得到 $AG\perp EF$，同理可证 $EO\perp AF$，即得 O 为 $\triangle AEF$ 的垂心，由此判定B；连接 PG，可证 $\angle PGA$ 为二面角 $A-EF-P$ 的平面角，然后计算，从而判定C；由已知可得三棱锥 $P-AEF$ 的三条侧棱 PA、PE、PF 两两互相垂直，补成长方体，计算其对角线的长，从而得到外接球的半径，然后计算表面积，从而判定D.

【详解】

对于A，∵ $AP\perp PF$，$AP\perp PE$

∵ $PE\cap PF=P$，$\therefore AP\perp$ 平面 PEF，

∵ $EF\subset$ 平面 PEF，$\therefore AP\perp EF$，故A正确；

□□ B□□ P□□□ AEF□□□□□ O□□ $PO\perp$□□ AEF□$\therefore PO\perp EF$□

□A □□ $PA\perp EF$□□□ AO□□□□□ EF□ G□

□ $PO\cap PA=P$□$\therefore EF\perp$□□ PAO□□ $AG\perp EF$□

□□□□ $EO\perp AF$□∴□ P□□□ AEF□□□□□ ΔAEF□□□□□ B□□□

□□ C□□ B□□ $AG\perp EF$□· $AE=AF$□$\therefore G$□ EF□□□□

□□ PG□□ $PE=PF$□$\therefore PG\perp EF$□

□$\angle PGA$□□□□ $A-EF-P$□□□□□

□□□□□□□□ PEF□□□ $PE=PF=1$□□ $PG=\frac{\sqrt{2}}{2}$ □□ $AG=\frac{3\sqrt{2}}{2}$ □

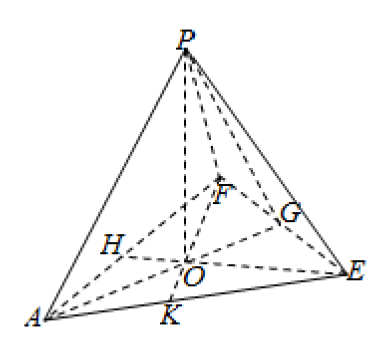
□$Rt\Delta APG$□□□ $\cos\angle PGA=\frac{PG}{AG}=\frac{1}{3}$□□ C□□□

□□ D□□□□□□□□□ $P-AEF$□□□□□ PA□ PE□ PF□□□□□□□□ $PA=2$□ $PE=PF=1$□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $\sqrt{2^2+1^2+1^2}=\sqrt{6}$□

□□□□□□□□□□ $S=4\pi\times(\frac{\sqrt{6}}{2})^2=6\pi$□□ D□□□

□□□ ABC□



25□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $O-xyz$ □□□□□1□□□□□ $ABCD$ □□□ A□B□□□ y□□ z□□□□□□□□□□□□□

□ O□□□□□□□□□ $ABCD$ □□□ xOy □□□□□□□□ S□□□□□□□□□□□ □

A□□ $CD//$ □□ xOy □□ S□□□□□□

B□□□ A □□□□□ O □□□□ S □□□□ $\frac{\sqrt{2}}{4}$

C□□ $OA=OB=OC$ □□ S □□□□□□ $\frac{1}{2}$

D□□ D □□□□□ O □□□□□□□ $\frac{3}{2}$

□□□□ABD

□□□□

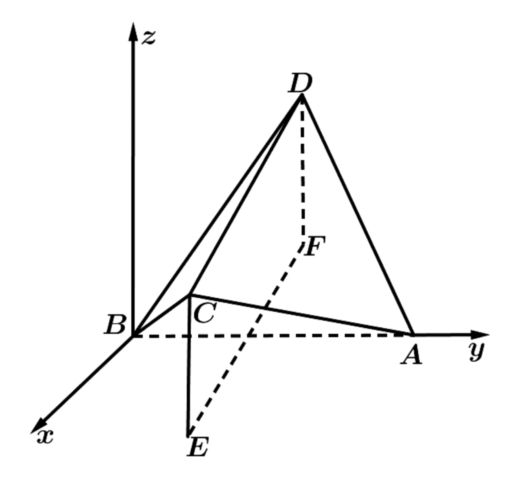
□□ A□□□□□□□□□□□□□□□□ B□□□ A □□□□□ O □□□□ C,D □ AB □□□□□ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ □

□□□□□□□□□□□ C□□ C □□ x □□□□□ $OA=OB=OC$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ D□□□□□□□□□□□

□ D □ AB □□□□□ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ □□ $OA=OB$ □□ O □ AB □□□□□□□□□□□□□ OD □□□□□

□□□□

□□ A□□□□□ B □ O □ □□□□□□ $AEBF$ □□□□□□□ A □□□

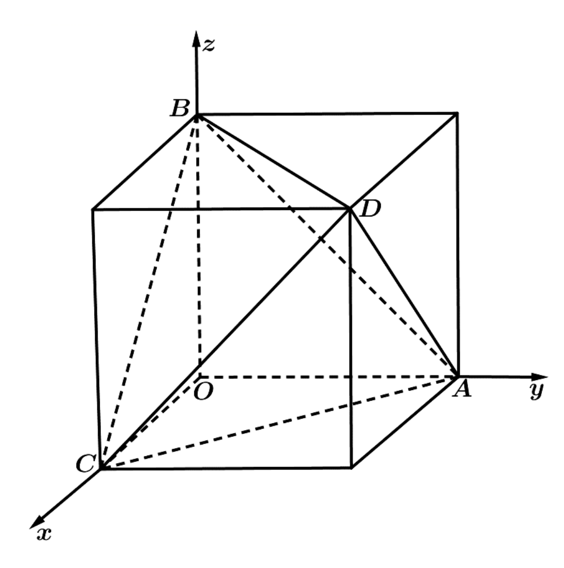


□□ B□□ A □□□□□ O □□□□ A,B □□□□□□ AB □ z □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ C,D □ AB □□□□□□□□□□ ABD,ABC □

□□□□ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ □□□□□□□□□□□ xOy □□□□□□□□□□□ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ □□□1 □□□□□□□□□□□□□ $S=\frac{1}{2}\times 1\times\sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{2}}{4}$ □□□ B □□□

□□C□□C□□x□□□□□$OA=OB=OC$□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□,□□□□□□□□□□xOy□□□□□□□□□□$\frac{\sqrt{2}}{2}$□□□

$S=\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2}=\frac{1}{2}$□□□C□□□



□□D□□□D□AB□□□□$\frac{\sqrt{3}}{2}$□□□O□AB□□□□d□□$AB\cdot d=OA\cdot OB$,□ $d=OA\cdot OB\leq\frac{OA^2+OB^2}{2}=\frac{1}{2}$□□□□□

$OA=OB$□□O□AB□□□□□□□□$\frac{1}{2}$□□□OD□□□□□$\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}<\frac{3}{2}$□□□D□□□

□□□ABD

□□□□

□□□

26□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□$\mathbf{R}$□□□□□ $f(x)$ □□ $f(x+2)=f(x)$ □□ $x\in[0,1]$ □□

$f(x)=\begin{cases}e^{x}+a+b, & 0\leq x\leq\frac{1}{2}\\ \frac{bx-1}{x+1}, & \frac{1}{2}<x\leq1\end{cases}$ □ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ □
e

A□$a+b=-1$

B□$a-b=-3$

C□$f(x)$□□□□□

D□□□$f(x)$□□□□□$(1,0)$□□

□□□□ABD

□□□□

□□□□□□$f(0)=0$□$f(1)=0$□□$a+b+1=0$□$f(1)=\frac{b\times1-1}{1+1}=0$□□□$b$□$a$□□□□□A□B□□□□□□□□□□□□□□C□□□□□

□□□□□D□□□□□

□□□□

□□□□$f(x)$□□□R□□□□□□□□$f(0)=0$□

□$x=0$□, $f(0)=e^0+a+b=0$, □□□$a+b+1=0$□1□□

□□$f(x+2)=f(x)$,□□$f(-1)=f(-1+2)=f(1)$,

□$f(x)$□□□□□□□$f(1)=-f(-1)$,

□□$f(-1)=-f(-1)$,

□□$f(-1)=0$, □$f(1)=0$,

□$x=1$□, $f(1)=\frac{b\times1-1}{1+1}=0$, □□$b=1$,

□□(1)□$a=-2$,

□□A□$a+b=-2+1=-1$, □A□□;

□B□$a-b=-2-1=-3$, □B□□;

□C□$f(x+2)=f(x)$, □□$T=2$□$f(x)$□□□□□□C□□□;

□D□$f(x+2)=f(x), f(x)=-f(-x)$,□□$f(x+2)=-f(-x)$,

□□$f(x+1)=-f(1-x)$,□□$f(x)$□□□$(1,0)$□□□D□□;

□□□ABD□

27□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□1 □□□□□□□□□□□□□□□□□□2 □□□□□□ $ABCDEFGH$□□□ $OA=1$□□□□□□□□□□ □

图 1

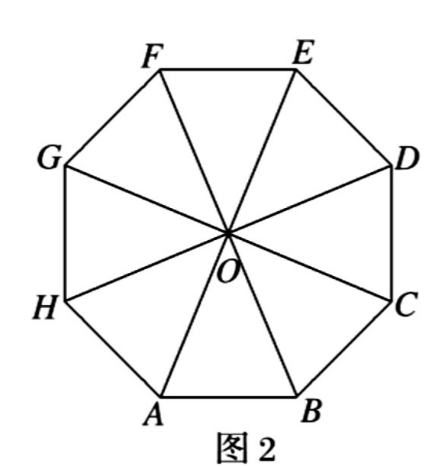


图 2

A□ $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OD}=-\frac{\sqrt{2}}{2}$

B□ $OB+OH=-\sqrt{2}OE$

C□ $AH\cdot HO=BC\cdot BO$

D□□□ DE□□□ AB□□□□□□□ $-\frac{\sqrt{2}}{2}\overrightarrow{AB}$

□□□□ABD

□□□□

□□.

□□□□

□□□2 □□□□□□ $ABCDEFGH$ □□□ $|OA|=1$ □

□□A: $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OD}=1\times1\times\cos\frac{3\pi}{4}=-\frac{\sqrt{2}}{2}$ □□A □□□

□□B: $OB+OH=\sqrt{2}OA=-\sqrt{2}OE$ □□B □□□

□□C□□□ $|AH|=|BC|$□ $|HO|=|BO|$□ $\langle AH,HO\rangle=\frac{5\pi}{8}$□ $\langle BC,BO\rangle=\frac{3\pi}{8}$ □□

$AH\cdot HO=|AH|\,|HO|\cos\langle AH,HO\rangle=|AH|\,|HO|\cos\frac{5\pi}{8}$□

$BC\cdot BO=|BC|\,|BO|\cos\langle BC,BO\rangle=|BC|\,|BO|\cos\frac{3\pi}{8}$□□□ $AH\cdot HO\neq BC\cdot BO$□□ C □□□

□□ D□□□ $\overrightarrow{DE}=\overrightarrow{AH}$□□□□□ DE□□□ AB□□□□□□□□ AH□ AB□□□□□□□□ $|\vec{AH}|\cos\frac{3\pi}{4}\cdot\frac{AB}{|AB|}=-\frac{\sqrt{2}}{2}AB$ □□ D □□□

□□□ABD□

28□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□□ $f(x)=e^{x}+a\sin x$□$x\in(-\pi,+\infty)$ □□□□□□□□□□ □

A□□ $a=1$□□ $f(x)$ □ $(0,f(0))$ □□□□□□□ $2x-y+1=0$

B□□ $a=1$□□ $f(x)$ □ $(-\pi,+\infty)$ □□□□□□□□□□

C□□□□ $a>0$□ $f(x)$ □ $(-\pi,+\infty)$ □□□□□□

D□□ $a<0$□□□□ $\forall x\in(-\pi,+\infty)$□ $f(x)\geq0$□□□□□□ $-\sqrt{2}e^{\frac{\pi}{4}}\leq a<0$

□□□□ABD

□□□□

□□□□□□□□□ A□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ B □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ C□D□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□□□□□□ y□ a □□□□□□

□□□□

□□ A□□ $a=1$ □□ $f(x)=e^{x}+\sin x$□ $x\in(-\pi,+\infty)$

□□ $f(0)=1$ □□□□□ $(0,1)$ □ $f'(x)=e^{x}+\cos x$

□□□□□□ $k=f'(0)=2$

□□□□□□□ $y-1=2(x-0)$ □□□□□□□□ $y=2x+1$ □ □□ A □□□

□□ B□□ $a=1$ □□ $f(x)=e^{x}+\sin x$□ $x\in(-\pi,+\infty)$ $f'(x)=e^{x}+\cos x$ □

$f''(x)=e^{x}-\sin x>0$ □□□□□□ $f'(x)$ □□□□□

又 $f(-\frac{\pi}{2})=2>0$，$f(-\frac{3\pi}{4})=e^{-\frac{3\pi}{4}}+\cos(-\frac{3\pi}{4})=\frac{1}{e^{\frac{3\pi}{4}}}-\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\left(e^{\frac{3\pi}{4}}\right)^2=e^{\frac{3\pi}{2}}>e>2$，所以 $e^{\frac{3\pi}{4}}>\sqrt{2}$，即 $\frac{1}{e^{\frac{3\pi}{4}}}<\frac{\sqrt{2}}{2}$，所以 $f(-\frac{3\pi}{4})<0$

所以存在 $x_0\in\left(-\frac{3\pi}{4},-\frac{\pi}{2}\right)$，使得 $f'(x_0)=0$，即 $e^{x_0}+\cos x_0=0$

则在 $(-\pi,x_0)$ 上，$f'(x)<0$，在 $(x_0,+\infty)$ 上，$f'(x)>0$

所以在 $(-\pi,x_0)$ 上，$f(x)$ 单调递减，在 $(x_0,+\infty)$ 上，$f(x)$ 单调递增.

所以 $f(x)$ 存在唯一的极小值点 x_0.

$f(x_0)=e^{x_0}+\sin x_0=\sin x_0-\cos x_0=\sqrt{2}\sin(x_0-\frac{\pi}{4})$

$x_0\in\left(-\frac{3\pi}{4},-\frac{\pi}{2}\right)$，则 $x_0-\frac{\pi}{4}\in\left(-\pi,-\frac{3\pi}{4}\right)$，$\sqrt{2}\sin(x_0-\frac{\pi}{4})\in(-1,0)$，所以 B 正确；

选项 C、D：

令 $f(x)=0$，即 $e^x+a\sin x=0$，所以 $-\frac{1}{a}=\frac{\sin x}{e^x}$，则令 $F(x)=\frac{\sin x}{e^x}$，$x\in(-\pi,+\infty)$

$F'(x)=\frac{\cos x-\sin x}{e^x}=\frac{-\sqrt{2}\sin(x-\frac{\pi}{4})}{e^x}$，令 $F'(x)=0$，得 $x=k\pi+\frac{\pi}{4}(k\geq-1，k\in Z)$

由函数 $y=\sqrt{2}\sin(x-\frac{\pi}{4})$ 的图像性质可知：

$x\in(2k\pi+\frac{\pi}{4},2k\pi+\frac{5\pi}{4})$ 时，$\sqrt{2}\sin(x-\frac{\pi}{4})>0$，$F(x)$ 单调递减.

$x\in(2k\pi+\frac{5\pi}{4},2k\pi+\frac{9\pi}{4})$ 时，$\sqrt{2}\sin(x-\frac{\pi}{4})<0$，$F(x)$ 单调递增.

所以 $x=2k\pi+\frac{5\pi}{4}(k\geq-1，k\in Z)$ 时，$F(x)$ 取得极小值，

又 $\frac{\sin(-\frac{3\pi}{4})}{e^{-\frac{3\pi}{4}}}<\frac{\sin(\frac{5\pi}{4})}{e^{\frac{5\pi}{4}}}<\cdots\cdots$,即 $F(-\frac{3\pi}{4})<F(\frac{5\pi}{4})<\cdots\cdots$

又因为在 $\left[-\pi,-\frac{3\pi}{4}\right]$ 上 $F(x)$ 单调递减，所以 $F(x)\geq F(-\frac{3\pi}{4})=-\frac{\sqrt{2}}{2}e^{\frac{3\pi}{4}}$

所以 $x=2k\pi+\frac{\pi}{4}(k\geq 0$□$k\in Z)$ 时，$F(x)$ 取得极小值，

又 $\frac{\sin(\frac{\pi}{4})}{e^{\frac{\pi}{4}}}<\frac{\sin(\frac{9\pi}{4})}{e^{\frac{9\pi}{4}}}<\cdots\cdots$，即 $F(\frac{\pi}{4})>F(\frac{9\pi}{4})>\cdots\cdots$

所以 $F(x)\leq F(\frac{\pi}{4})=\frac{\sqrt{2}}{2e^{\frac{\pi}{4}}}$

当 $x\in(-\pi,+\infty)$ 时，$-\frac{\sqrt{2}}{2}e^{\frac{3\pi}{4}}\leq F(x)\leq\frac{\sqrt{2}}{2e^{\frac{\pi}{4}}}$

所以当 $-\frac{1}{a}<-\frac{\sqrt{2}}{2}e^{\frac{3\pi}{4}}$，即 $a>\frac{\sqrt{2}}{e^{\frac{3\pi}{4}}}$ 时，$f(x)$ 在 $(-\pi,+\infty)$ 上无零点，所以 C 不正确；

当 $a<0$ 时，对 $\forall x\in(-\pi,+\infty)$，$f(x)\geq 0$ 恒成立，故 $f(x)=e^{x}+a\sin x\geq 0$

因为 $x\in(-\pi,+\infty)$ 时，$-\frac{\sqrt{2}}{2}e^{\frac{3\pi}{4}}\leq F(x)\leq\frac{\sqrt{2}}{2e^{\frac{\pi}{4}}}$

又 $\because a<0$

$\therefore -\frac{1}{a}\geq\frac{\sqrt{2}}{2e^{\frac{\pi}{4}}}$，即 $a\geq-\sqrt{2}e^{\frac{\pi}{4}}$

即当 $a<0$ 时，若对 $\forall x\in(-\pi,+\infty)$，$f(x)\geq 0$ 恒成立，则 $-\sqrt{2}e^{\frac{\pi}{4}}\leq a<0$ 故 D 正确.

故选：ABD

29.（2021·江苏·海安高级中学高三月考）设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，公差为 d. 已知 $a_3=6$，$S_{16}>0$，$a_9<0$，则（　）

A□$-\frac{12}{11}<d<-1$　　B□□□□$\left\{\frac{S_n}{a_n}\right\}$□□□□□9□

C□$S_n<0$□□n□□□□□17　　D□$a_8>0$

□□□□ACD

□□□□

□□a_1,d□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

□□□□

□□□□□□□$\{a_n\}$□□$a_3=6$□$S_{16}>0$□$a_9<0$□

$$\begin{cases}a_1+2d=6\\a_1+a_{16}=a_8+a_9>0\\a_9<0\end{cases}□\begin{cases}a_1+2d=6\\a_1+7d+a_1+8d>0\\a_8>0\\a_9<0\end{cases}□$$

$$\begin{cases}a_1+2d=6\\2a_1+15d>0\\a_8>0\\a_9<0\end{cases}□\begin{cases}a_1+2d=6\\2a_1+15d>0\\a_1+7d>0\\a_1+8d<0\end{cases}□\begin{cases}2(6-2d)+15d>0\\6-2d+7d>0\\6-2d+8d<0\end{cases}□\begin{cases}12+11d>0\\6+5d>0\\6+6d<0\end{cases}□$$

$-\frac{12}{11}<d<-1$□□AD□□.

$S_{16}>0$□$S_{17}=\frac{(a_1+a_{17})\times17}{2}=\frac{(a_9+a_9)\times17}{2}<0$□C□□□□.

□□□□□□□□$S_n>0(1\le n\le16),S_n<0(n\ge17)$□

$a_n>0(1\le n\le8),a_n<0(n\ge9)$□□□$\frac{S_1}{a_1}>0,\frac{S_9}{a_9}<0$□□□$\left\{\frac{S_n}{a_n}\right\}$□□□□□□9□□B□□□□.

□□□ACD

30□□2021·□□□□□□□□□□□□□□□□□□$f(x)=e^{\sin x}-e^{\cos x}$□□□$e$□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□（　）

A□$f(x)$□□□□□□　　B□$f(x)$□□□$\left(\frac{\pi}{4},0\right)$□□

C□ $f(x)$ □□□ $\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ □□□□□　　D□ $f(x)$ □□□ $(0,\pi)$ □□□□□□□□□

□□□□BD

□□□□

□□ A□□ $f(x+2\pi)=e^{\sin(x+2\pi)}-e^{\cos(x+2\pi)}=e^{\sin x}-e^{\cos x}$ □□□□

□□ B□□□□□□ $f\left(\frac{\pi}{4}-x\right)=-f\left(\frac{\pi}{4}+x\right)$ □□□□□□□

□□ C□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□□ D□□ $f(x)=0$ □□□ $\sin x=\cos x$ □□□□□□.

□□□□

□□□□ A□□□ $f(x)=e^{\sin x}-e^{\cos x}$ □ $f(x+2\pi)=e^{\sin(x+2\pi)}-e^{\cos(x+2\pi)}=e^{\sin x}-e^{\cos x}$ □□□ $f(x)$ □□□□□□□ A □□□□

□□ B□□□ $f\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=e^{\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)}-e^{\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)}$ □

$$f\left(\frac{\pi}{4}-x\right)=e^{\sin\left(\frac{\pi}{4}-x\right)}-e^{\cos\left(\frac{\pi}{4}-x\right)}=e^{\cos\left[\frac{\pi}{2}-\left(\frac{\pi}{4}-x\right)\right]}-e^{\sin\left[\frac{\pi}{2}-\left(\frac{\pi}{4}-x\right)\right]}$$

$$=e^{\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)}-e^{\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)}=-f\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$$ □

□□ $f\left(\frac{\pi}{4}-x\right)=-f\left(\frac{\pi}{4}+x\right)$ □□□ $f(x)$ □□ $\left(\frac{\pi}{4},0\right)$ □□□□ B □□□

□□ C□ $f'(x)=\cos x e^{\sin x}+\sin x\cdot e^{\cos x}$ □□ $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ □□ $\cos x>0$ □ $\sin x>0$ □ $f'(x)>0$ □□□□□ $f(x)$ □□□ $\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ □□□□

□□□ C □□□□

□□ D□□ $f(x)=0$ □□ $e^{\sin x}=e^{\cos x}$ □□ $\sin x=\cos x$ □□ $x\in(0,\pi)$ □□ $x=\frac{\pi}{4}$ □□□ $f(x)$ □ $(0,\pi)$ □□□□□□□□□□□ D □□□

□□□BD.

31□□2021·□□□□□□□□□□□□□□□ $\{a_n\}$ □□n□□□S_n□□$a_1=p$□$2S_n-S_{n-1}=2p$□$n\geq2$□p□□□□□□□□□□□□□□□

□

A□$\{a_n\}$ □□□□□□□　　　　B□□$p=1$□□$S_4=\frac{15}{8}$

C□□$p=\frac{1}{2}$□□$a_m\cdot a_n=a_{m+n}$　　　　D□$|a_3|+|a_8|=|a_5|+|a_6|$

□□□□BC

□□□□

□□A□□□□$p=0$□□□□$\{a_n\}$□□□□□□□□$p\neq0$□□□□□□□□□□$\frac{a_n}{a_{n-1}}=\frac{1}{2}$□□□□$\{a_n\}$□□□□$p$□□□□$\frac{1}{2}$□□□□□□□□□□□□

□□□□□□□□□□n□□□□□□□□B□C□D□□□□.

□□□□

□$a_1=p$□$2S_n-S_{n-1}=2p$□□$2(a_2+p)-p=2p$□□$a_2=\frac{p}{2}$□□$\frac{a_2}{a_1}=\frac{1}{2}$□

□$n\geq3$□□□$2S_{n-1}-S_{n-2}=2p$□□$2a_n-a_{n-1}=0$□□$\frac{a_n}{a_{n-1}}=\frac{1}{2}$□

□□$p\neq0$□□□□$\{a_n\}$□□□□p□□□□$\frac{1}{2}$□□□□□□□$p=0$□□□□□□□□□A□□□

□$p=1$□□$S_4=\frac{1\times\left(1-\frac{1}{2^4}\right)}{1-\frac{1}{2}}=\frac{15}{8}$□□B□□□

□$p=\frac{1}{2}$□□$a_n=\left(\frac{1}{2}\right)^n$□□$a_m\cdot a_n=\left(\frac{1}{2}\right)^{m+n}=a_{m+n}$□□C□□□

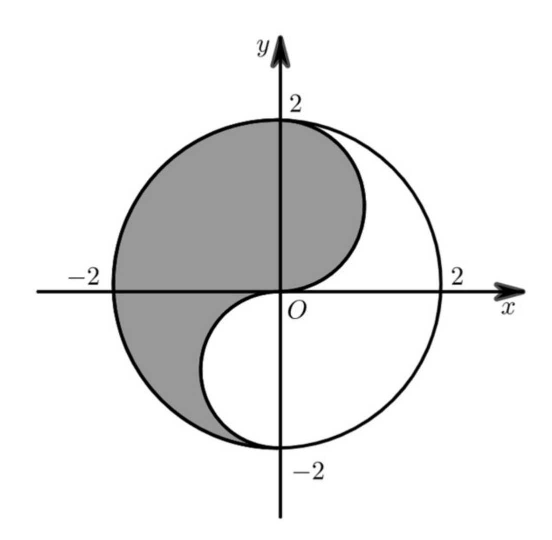
□$p\neq0$□□$|a_3|+|a_8|=|p|\left(\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^7}\right)=\frac{33}{128}|p|$□□$|a_5|+|a_6|=|p|\left(\frac{1}{2^4}+\frac{1}{2^5}\right)=\frac{12}{128}|p|$□

□$|a_3|+|a_8|>|a_5|+|a_6|$□□D□□□

□□□BC.

32□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□□“□□□”□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□“□□□□□□”.□□□□□□□□□□□□□□“□□

□”.□□□□□□□□□ $x^2+y^2=4$.□□□□□□□□□ y □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□:□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ □



A□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $\frac{1}{2}$ □

B□□ $a=-\frac{3}{2}$ □□□□ $y=ax+2a$ □□□□□□□□□□□□

C□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ (x,y) □□ $x+y$ □□□□□ $\sqrt{2}+1$ □

D□□□ $P(0,1)$ □ MN □□ $x^2+y^2=4$ □□ P □□□□□□ AB □□ $x^2+y^2=4$ □□□□ P □□□□□□□□□ $(AM-BN)\cdot AB$ □□□12.

□□□□ACD

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□ A □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ B □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ C □□□□□□□□ A □ B □ M □ N □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ D □□□.

□□□□

□□ A□□□□□□□□□□□□□□□ S_1 □□□□□□□□□□ S □□□□□□□□□□ $S_1=\frac{1}{2}S$ □

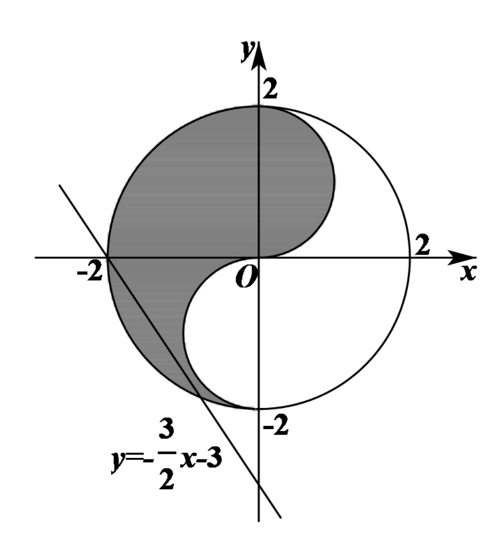
□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $P=\frac{S_1}{S}=\frac{1}{2}$ □□ A □□□

□□ B□□ $a=-\frac{3}{2}$ □□□□□□□□□□ $y=-\frac{3}{2}x-3$ □□ $3x+2y+6=0$ □

□□ $(0,0)$ □□□ $3x+2y+6=0$ □□□□ $\frac{6}{\sqrt{3^2+2^2}}=\frac{6\sqrt{13}}{13}<2$ □

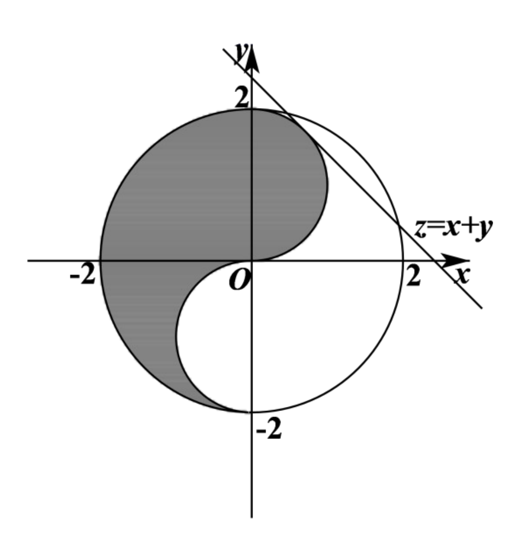
□□□□□□□□□□$x^2+(y+1)^2=1$□□□□$(0,-1)$□□□□1□

□□$(0,-1)$□□□$3x+2y+6=0$□□□□$d=\frac{4}{\sqrt{3^2+2^2}}=\frac{4}{\sqrt{13}}>1$□□□□□□□



□□□□□□□$y=-\frac{3}{2}x-3$□□□□□□□□□□□□B□□□

□□C□□□□□□□□□□□□□□$x^2+(y-1)^2=1$□□$z=x+y$□□□□□□□

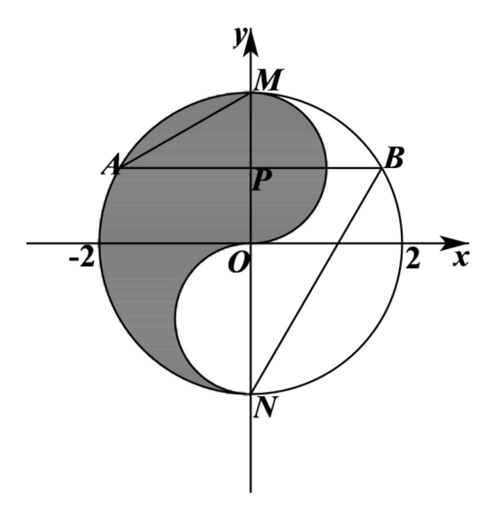


□□□$z=x+y$□□$x^2+(y-1)^2=1$□□□□z□□□□□□

□□$x^2+(y-1)^2=1$□□□□□□$(0,1)$□□□□1□□□$\frac{|1-z|}{\sqrt{2}}=1$□□□$z=1\pm\sqrt{2}$□

□□□□□ $z>0$ □□ $z_{\max}=\sqrt{2}+1$ □□ C □□□

□□ D □□□ MN □□ $x^2+y^2=4$ □□□ $P(0,1)$ □□□□□ M □ N □□ $x^2+y^2=4$ □ y □□□□□□□□□ $M(0,2)$ □ $N(0,-2)$ □



□ $AB\perp y$ □□□ $|AB|$ □□□□□□□□ AB □□□□ $y=1$ □□□□ $A(-\sqrt{3},1)$ □ $B(\sqrt{3},1)$ □

□□ $AM=(\sqrt{3},1)$ □ $BN=(-\sqrt{3},-3)$ □ $AB=(2\sqrt{3},0)$ □ $AM-BN=(2\sqrt{3},4)$ □

□□ $(AM-BN)\cdot AB=12$ □□ D □□.

□□□ACD

33□□2021·□□□□·□□□□□□□□□ $y=f(x)$ □□□□□□□□□ $x,y\in\mathrm{R}$ □□□ $f(x+y)+f(x-y)=2f(x)\cos y$ □□

$f(0)=0$ □□□　□

A□ $f(x)$ □□□□　　B□ $f(x)$ □□□□□

C□ $\forall x\in\mathrm{R},|f(x)|\le 1$　　D□ $f(x)$ □ $[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}]$ □□□□□

□□□□AB

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

□□□□

□□□ A □□ $f(x+y)+f(x-y)=2f(x)\cos y$

令 $x=0$，得 $f(y)+f(-y)=2f(0)\cos 0$，$f(0)=0$

$\therefore f(y)+f(-y)=0$，

$\therefore f(x)$ 为奇函数，故 A 正确；

对 B，令 $y=\frac{\pi}{2}$，得 $f(x+\frac{\pi}{2})+f(x-\frac{\pi}{2})=0$

$\therefore f(x-\frac{\pi}{2})=-f(x+\frac{\pi}{2})$

$\therefore f(x)=-f(x+\pi)$

$\therefore f(x)=f(x+2\pi)$

$\therefore f(x)$ 是周期函数，故 B 正确；

对 C，当 $f(x)=2\sin x$ 时，符合题意，但是 $|f(x)|\le 2$，故 C 错误；

对 D，当 $f(x)=-2\sin x$ 时，符合题意，但是 $f(x)$ 在 $[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}]$ 上是减函数，故 D 错误.

故选：AB.

【点睛】

关键点睛：对于抽象函数，常用赋值法求解函数相关性质.

34.（2021·江苏如皋·高三月考）已知 F_1，F_2 是双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>0$，$b>0$）的左、右焦点，过 F_1 作直线 $l:y=-\frac{b}{a}x$ 的垂线交双曲线 C 的右支于点 M，且 $MF_1\perp MF_2$，则（　）

A. 原点 O 到直线 MF_1 的距离为 a

B. 双曲线的离心率为 $\sqrt{5}$

C. $MF_1=2a$

D. 双曲线 C 的两条渐近线夹角余弦值为 $\frac{3}{5}$

【答案】ABD

【分析】

□□□□□□□□ MF_1 □□□□□□□□□□□□□□□□□□□ A □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ C □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

B □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ D □□□□□□□□□.

□□□□

□□□□□□ MF_1 □□□□ $\frac{a}{b}$ □□ $F_1(-c,0)$ □

□□□□ MF_1 □□□□ $y=\frac{a}{b}(x+c)$ □□ $ax-by+ac=0$ □

□□□□ O □□□ MF_1 □□□ $d=\frac{|ac|}{\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{ac}{c}=a$ □□ A □□□

□□ O □ F_1F_2 □□□□□ $MF_1\perp MF_2$ □

□□ F_2 □□□ MF_1 □□□ O □□□ MF_1 □□□ 2 □□□ $MF_2=2a$ □

□□□□□□□□□ $|MF_1|-|MF_2|=2a$ □

□□ $|MF_1|=4a$ □□ C □□□

□□ $|MF_1|=4a,|MF_2|=2a,|F_1F_2|=2c$ □□ $MF_1\perp MF_2$ □

□□ $(4a)^2+(2a)^2=(2c)^2$ □□□□ $c^2=5a^2$ □□ $c=\sqrt{5}a$

□□□□□□□□□ $e=\frac{c}{a}=\sqrt{5}$ □□ B □□□

□□□□ $y=-\frac{b}{a}x$ □□□□□ α □□□□ $y=\frac{b}{a}x$ □□□□□ β □□□□ $\cos(\alpha-\beta)$ □

□ $\tan(\alpha-\beta)=\frac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha\tan\beta}=\frac{-\frac{b}{a}-\frac{b}{a}}{1+\left(-\frac{b}{a}\right)\frac{b}{a}}=\frac{2ab}{b^2-a^2}$ □

□□ $c^2=5a^2$ □□ $c^2=a^2+b^2$ □

□□ $b^2=4a^2$ □□ $b=2a$ □

□□$\tan(\alpha-\beta)=\frac{2ab}{b^2-a^2}=\frac{4a^2}{3a^2}=\frac{4}{3}$□

□□$\alpha-\beta\in(0,\pi)$□□□$\cos(\alpha-\beta)=\frac{3}{5}$□

□□□□□C□□□□□□□□□□□□□$\frac{3}{5}$□□D□□□

□□□ABD

35□□2021·□□□□·□□□□□□□□□$f(x)=\sqrt{3}\sin|x|+|\cos x|$□□□□□□□□□□　□

A□□□$f(x)$□$[\frac{2}{3}\pi,\frac{7}{6}\pi]$□□□□□

B□□□$f(x)$□□□□□□□□2π□□□□□

C□□$1<m<2$□□□□$f(x)=m$□□□$[0,\pi]$□□□□□4□□□□□

D□□□$f(x)$□□□$[-10,10]$□□□□6□□□

□□□□ACD

□□□□

□□□□□□□□□□□□x□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

□□□□

□$f(-x)=\sqrt{3}\sin|-x|+|\cos(-x)|=\sqrt{3}\sin|x|+|\cos x|=f(x)$□$\therefore f(x)$□□□□□

□$x\in\left[\frac{2\pi}{3},\frac{7\pi}{6}\right]$□□$\cos x<0$□□□$f(x)=\sqrt{3}\sin x-\cos x=2\sin\left(x-\frac{\pi}{6}\right)$□

□$x-\frac{\pi}{6}\in\left[\frac{\pi}{2},\pi\right]$□□$y=\sin x$□$\left[\frac{\pi}{2},\pi\right]$□□□□□□$f(x)$□$[\frac{2}{3}\pi,\frac{7}{6}\pi]$□□□□□□□A□□□

□$x\geq0$□□□$\cos x\geq0$□□$f(x)=\sqrt{3}\sin x+\cos x=2\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$□□□□□$\left[2k\pi-\frac{\pi}{2},2k\pi+\frac{\pi}{3}\right]$□$x\geq0$□□□□□□

$\left[2k\pi+\frac{\pi}{3},2k\pi+\frac{\pi}{2}\right]$□$x\geq0$□□□□□

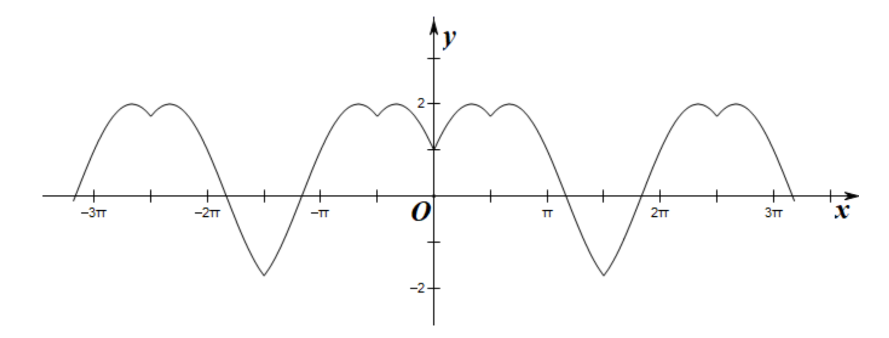
□$x\ge 0$□□□$\cos x\le 0$□□ $f(x)=\sqrt{3}\sin x-\cos x=2\sin\left(x-\frac{\pi}{6}\right)$ □□□□□ $\left[2k\pi+\frac{\pi}{2},2k\pi+\frac{2\pi}{3}\right]$ □$x\ge 0$□□□□□□□

$\left[2k\pi+\frac{2\pi}{3},2k\pi+\frac{3\pi}{2}\right]$ □$x\ge 0$□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $f(x)$ □□□□□□□B□□□

□□ $f(x)=m$ □□□ $[0,\pi]$ □□□□□□□□□ $y=f(x)$ □ $y=m$ □□□□□□□□□□□□□□□□□4□□□□□C□□□

□□□□□□□ $f(x)$ □□□ $[-10,10]$ □6□□□□□D□□.

□□□ACD.



□□□□□

36□□2021·□□□□·□□□□□□□□□□ $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ □□□□ 2 □□ E □ A_1D_1 □□□□ P □ M □□□□ $ABCD$ □□□□□□□□□

P □□□ ABB_1A_1 □□□□□□□□ D □□□□□□ $MB_1//$ □□ EC_1D □□ PM □□□□□__________.

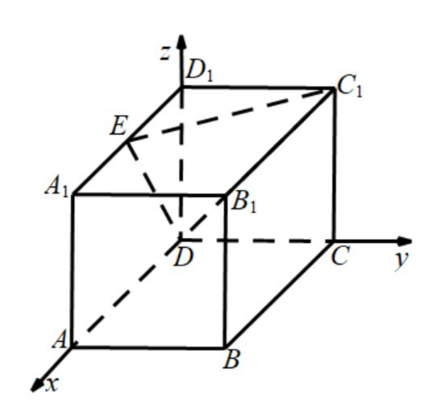
□□□□ $\frac{3\sqrt{5}}{10}$

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□ xDy □□ P □ M □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

□□□□

□□



□□ $D(0,0,0)$, $E(1,0,2)$, $C_1(0,2,2)$, $B_1(2,2,2)$ □□ $P(x_1,y_1,0)$, $M(x_2,y_2,0)$

□□ P □□□ ABB_1A_1 □□□□□□□ D □□□□

□□ P □ AB □□□□□□□ D □□□

□□□ xDy □□□□ AB □□□ $x=2$

□□ $|2-x_1|=\sqrt{x_1^2+y_1^2} \Rightarrow y_1^2=4-4x_1(0\le x_1\le 1)$ □

□□□ P □□□□□□ $y=\sqrt{4-4x}(0\le x\le 1)$

$\overrightarrow{DE}=(1,0,2)$, $\overrightarrow{DC_1}=(0,2,2)$, $\overrightarrow{B_1M}=(x_2-2,y_2-2,-2)$ □

□□□ EC_1D □□□□□□□ $\vec{n}=(x,y,z)$

□ $\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{DE}=0\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{DC_1}=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x+2z=0\\ 2y+2z=0\end{cases}$ □□ $z=1$ □□□ $x=-2, y=-1$

□□ $\vec{n}=(-2,-1,1)$ □□□□ $MB_1//$ □□ EC_1D

□□ $\vec{n}\cdot\overrightarrow{B_1M}=0\Rightarrow 2x_2+y_2-4=0$

□□□ M □□□□ $2x+y-4=0(1\le x\le 2)$

$y=\sqrt{4-4x}$ □□□□□ $y'=\dfrac{-2}{\sqrt{4-4x}}$

□□ $\frac{-2}{\sqrt{4-4x}}=-2\Rightarrow x=\frac{3}{4}$□

□□□ $2x+y-4=0$ □□□□□ $y=\sqrt{4-4x}$ □□□□□ $\left(\frac{3}{4},1\right)$ □

□□□ $\left(\frac{3}{4},1\right)$ □□□ $2x+y-4=0$ □□□□ $\frac{\left|2\times\frac{3}{4}+1-4\right|}{\sqrt{2^2+1^2}}=\frac{3\sqrt{5}}{10}$

□□ PM □□□□□ $\frac{3\sqrt{5}}{10}$

□□□□□ $\frac{3\sqrt{5}}{10}$

□□□□

□□.

37□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□□ P □□□□ $x^2=4y$ □□□□□ F □□□□□□□□□□ $A(2,3)$ □□ $|PA|+|PF|$ □□□□□____

__□

□□□4

□□□□

□□□□□□□□□□□□ $|PF|$ □□□ P □□□□□□□□□□□□□□□ $|PA|+|PF|$ □□□□□□A □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□□□□

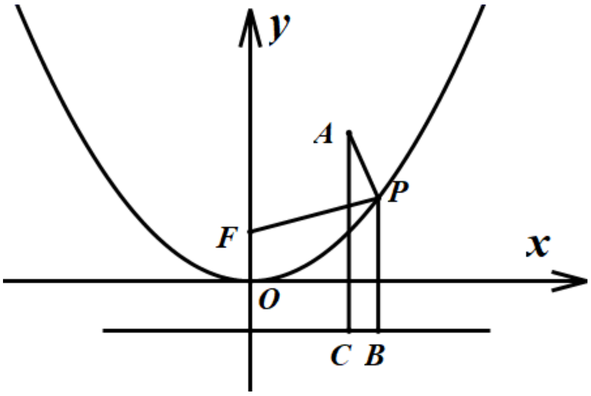
□□□ $x^2=4y$ □□□□ $F(0,1)$ □□□□ $y=-1$ □□A □□□□□□□□□□□□□ C

□□□□□□□□□□□□ $|PF|$ □□□ P □□□□□□□□□□ $|PB|$ □

□□ $|PA|+|PF|=|PA|+|PB|\ge|AC|=4$

□□ $|PA|+|PF|$ □□□□□4□

□□□□□4



38．（2021·河北·唐山一中高三期中）数列$\{a_n\}$满足$a_{n+2}+(-1)^n a_n=3n-1$，前16项和为540，则$a_1=$______．

【答案】7

【分析】

对n为奇偶数分类讨论，分别得出奇数项、偶数项的递推关系，由奇数项递推公式将奇数项用a_1表示，由偶数项递推公式得出偶数项的和，建立a_1方程，求解即可得出结论．

【详解】

$a_{n+2}+(-1)^n a_n=3n-1$，

当n为奇数时，$a_{n+2}=a_n+3n-1$；当n为偶数时，$a_{n+2}+a_n=3n-1$．

设数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，

$S_{16}=a_1+a_2+a_3+a_4+\cdots+a_{16}$

$=a_1+a_3+a_5\cdots+a_{15}+(a_2+a_4)+\cdots(a_{14}+a_{16})$

$=a_1+(a_1+2)+(a_1+10)+(a_1+24)+(a_1+44)+(a_1+70)$

$+(a_1+102)+(a_1+140)+(5+17+29+41)$

$=8a_1+392+92=8a_1+484=540$，

$\therefore a_1=7$．

故答案为：7．

【点睛】

本题考查数列的递推公式的应用，以及数列的并项求和，考查分类讨论思想和数学计算能力，属于较难题．

39□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□ $f(x)=\begin{cases}|\log_2 x|\text{□}0<x\le 2\\ -x+3\text{□}x\ge 2\end{cases}$ □□□□ a□ b□ c□□ $a<b<c$□□

$f(a)=f(b)=f(c)$ □□ $c^{ab-2}+\frac{c}{ab+5}$ □□□□□□______________________□

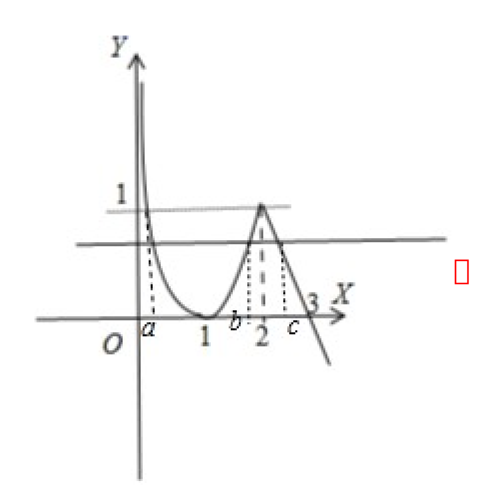
□□□□ $\left[\frac{\sqrt{6}}{3}\text{□}\frac{5}{6}\right)$

□□□□

□□□□□□ a□b□c □□□□□□□□ $c^{ab-2}+\frac{c}{ab+5}=\frac{1}{c}+\frac{c}{6}$ □□□□□□□□□□□□□□.

□□□□

□□□□□□□ $f(x)=\begin{cases}|log_2 x|\text{□}0<x\le 2\\ -x+3\text{□}x>2\end{cases}$ □□□□ a□b□c□□ $a<b<c$□□ $f(a)=f(b)=f(c)$□



□

□□□ $f(a)=f(b))=f(c)\Rightarrow \log_2 a=-\log_2 b\Rightarrow ab=1$ □□ $2<c<3$□

□ $t=c^{ab-2}+\frac{c}{ab+5}=\frac{1}{c}+\frac{c}{6}$□

□□ $2<c<3$□

$\therefore t=\frac{1}{c}+\frac{c}{6}\ge 2\sqrt{\frac{1}{c}\cdot\frac{c}{6}}=\frac{\sqrt{6}}{3}$ □□□□□ $c=\sqrt{6}$ □□□□□

$t(2)=\frac{5}{6}$□ $t(3)=\frac{5}{6}$□

$\therefore t=c^{ab-2}+\frac{c}{ab+5}=\frac{1}{c}+\frac{c}{6}\in\left[\frac{\sqrt{6}}{3},\frac{5}{6}\right)$.

□□□□□ $\left[\frac{\sqrt{6}}{3},\frac{5}{6}\right)$.

40．□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□□ $\{a_n\}$ □ $\{b_n\}$ □□□□□□□ $a_n=3n+6$，$b_n=2n+7(n\in N)$，□□

$\{a_1,a_2,\cdots,a_n,\cdots\}\cup\{b_1,b_2,\cdots,b_n,\cdots\}$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□ $\{c_n\}$ □□□□ $\{c_n\}$ □□62□□ $S_{62}=$________□

□□□□3395

□□□□

□ $\{a_n\}$ □□ n □□□□□□□□□□□□□□ $\{b_n\}$ □□ n □□3□□

□□.

□□□□

□□ $a_n=3n+6$，$b_n=2n+7(n\in N)$，

□□□ $b_{3k-2}=2(3k-2)+7=a_{2k-1}$,

$b_{3k-1}=6k+5$

$a_{2k}=6k+6$

$b_{3k}=6k+7$

□ $6k-3<6k+5<6k+6<6k+7$

$$c_n=\begin{cases}6k+3(n=4k-3)\\6k+5(n=4k-2)\\6k+6(n=4k-1)\\6k+7(n=4k)\end{cases}k\in N^*$$

$$S_{62}=\frac{16\times(9+99)}{2}+\frac{16\times(11+101)}{2}+\frac{15\times(12+96)}{2}+\frac{15\times(13+97)}{2}=3395$$

□□□□□3395

41□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□ a□ b□□□□□□□□□□□□□□ $|a+b|+|a-b|$ □□□□□□ a□ b□□□□________□

□□□□ $\frac{\pi}{2}$ ##

□□□□

□□ $\left(|a+b|-|a-b|\right)^2\geq 0$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $|\vec{a}+\vec{b}|+|\vec{a}-\vec{b}|\leq 2\sqrt{|\vec{a}|^2+|\vec{b}|^2}$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

□□□□

∵□□ a□ b □□□□□□□□□□□□□□

$\therefore\left(|a+b|-|a-b|\right)^2=|a+b|^2+|a-b|^2-2|a+b||a-b|\geq 0$ □□□□□□ $|a+b|=|a-b|$ □□□□□□

$\therefore|a+b|^2+|a-b|^2\geq 2|a+b||a-b|$ □□ $2|a+b|^2+2|a-b|^2\geq|a+b|^2+|a-b|^2+2|a+b||a-b|=\left(|a+b|+|a-b|\right)^2$ □

$\therefore\left(|a+b|+|a-b|\right)^2\leq 2|a+b|^2+2|a-b|^2=4|a|^2+4|b|^2$ □□ $|\vec{a}+\vec{b}|+|\vec{a}-\vec{b}|\leq 2\sqrt{|\vec{a}|^2+|\vec{b}|^2}$ □□□□□□ $|a+b|=|a-b|$ □□□□□□

□ $a\cdot b=0$ □□ a□ b□□□ $\frac{\pi}{2}$ □

∴□ $|a+b|+|a-b|$ □□□□□□□ a□ b□□□ $\frac{\pi}{2}$.

□□□□□ $\frac{\pi}{2}$.

42□□2021·□□□□□□□□□□□□□□ M□□□ $y=2e^x$ □□□□□□□□□□□□ $y=2x+b$ □□□□ $\sqrt{5}$□□ M□□ 2□□□□□ b□□□□□□

__________.

□□□□ $(-3,7)$

□□□□

□□ $y=2x+b$ □□□□□□□□□□□ $(x_0,2e^{x_0})$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

□□□□

□□□□□□□ $y=2e^x$ □ $(x_0,2e^{x_0})$ □□□□□□ 2□

$y'=2e^x$□□$2e^{x_0}=2$□□□$x_0=0$□□□□□□□□$(0,2)$

□□□□□□□□□□□$(0,2)$□□□$y=2x+b$□□□□□$\sqrt{5}$

□□$\frac{|b-2|}{\sqrt{5}}<\sqrt{5}$□□□$b\in(-3,7)$.

□□□□□$(-3,7)$.

43□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□“□□”□□□□□□ABC□□□$A=60$□□AB,BC,AC□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□O_1,O_2,O_3□□□□□$O_1O_2O_3$□□□□$\sqrt{3}$□□□□□ABC□□□□□□□__________

□□□□6

□□□□

□△ABC□A□B□C□□□□□□□a□b□c□$\triangle ABC,\triangle CAB,\triangle BCA'$□□□□□□□$O_1,O_2,O_3$□□□□□□□△$O_1AB$□□□□□□□

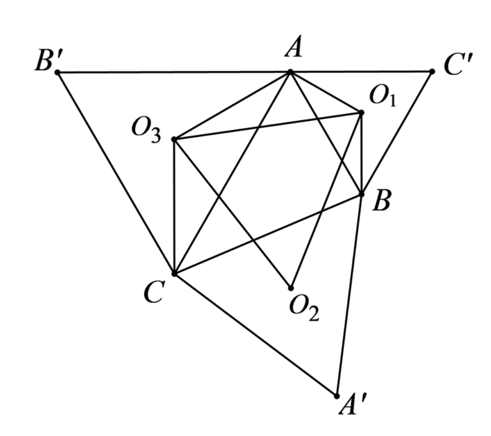
AO_1□AO_3□□△$O_1O_2O_3$□□□$\sqrt{3}$□O_1O_3□□□$A=60$□$\angle O_1AO_3=120$□□□□□□□□$b^2+c^2+bc=12$□□□□□

$a+b+c=\sqrt{12-2bc}+\sqrt{12+bc}$□$0<bc\le4$□□$x=bc$□□$f(x)=\sqrt{12-2x}+\sqrt{12+x}$□$x\in(0,4]$□□□□□□□□□□□□□□

□□□□.

□□□□

□□□□△ABC□A□B□C□□□□□□□a□b□c□$\triangle ABC,\triangle CAB,\triangle BCA'$□□□□□□□$O_1,O_2,O_3$□□□□□□□



$\triangle O_1AB$□□ $\angle AO_1B=120°,\angle O_1AB=\angle O_1BA=30°$ □

□□□□□□ $\frac{AO_1}{\sin\angle ABO_1}=\frac{AB}{\sin\angle AO_1B}$ □□ $AO_1=\frac{\sqrt{3}c}{3}$ □□□ $AO_3=\frac{\sqrt{3}b}{3}$ □

□△ $O_1O_2O_3$ □□ $S=\frac{1}{2}\cdot O_1O_3^2\cdot\sin60°=\frac{\sqrt{3}}{4}O_1O_3^2=\sqrt{3}$ □□ $O_1O_3=2$ □□ $\angle BAC=60°$ □□ $\angle O_1AO_3=120°$ □

∴△ O_1AO_3 □□□□□□□□□ $O_1O_3^2=AO_1^2+AO_3^2-2AO_1\cdot AO_3\cdot\cos\angle O_1AO_3$ □□ $4=\frac{b^2}{3}+\frac{c^2}{3}-2\cdot\frac{bc}{3}\cdot(-\frac{1}{2})$ □□

$b^2+c^2+bc=12$ □

$\triangle ABC$ □□□□□□□ $a^2=b^2+c^2-2bc\cos\angle BAC$ □□ $a=\sqrt{b^2+c^2-bc}=\sqrt{12-2bc}$ □

□ $b+c=\sqrt{b^2+c^2+2bc}=\sqrt{12+bc}$ □□ $12=b^2+c^2+bc\geq 2bc+bc=3bc$ □□ $0<bc\leq 4$ □

∴ $a+b+c=\sqrt{12-2bc}+\sqrt{12+bc}$ □□ $x=bc$ □□ $f(x)=\sqrt{12-2x}+\sqrt{12+x}$ □ $x\in(0,4]$ □

∴ $f'(x)=\frac{-1}{\sqrt{12-2x}}+\frac{1}{2\sqrt{12+x}}$ □□ $x\in(0,4]$ □ $\sqrt{12-2x}<2\sqrt{12+x}$ □□ $f'(x)<0$ □

∴ $f(x)$ □ $(0,4]$ □□□□□□ $x=4$ □ $f(4)=6$ □□□□□ ABC □□□□□□□ 6□

□□□□□6

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□ $b^2+c^2+bc=12$ □□□□ a □ $b+c$ □ bc □□□□□□□□□□□□□□□□ bc □□□□□□□□□ $a+b+c$ □□ bc □

5

□□□□□□ $x=bc$ □□ $f(x)$ □□□□□□□□□□□□□□.

44．□2021·□□□□·□□□□□□□□□□ $(e^x-ax)(x^2+ax+1)\geq 0$ □□□ $x>0$ □□□□□□ a □□□□□□__________.

□□□□ $[-2,e]$

□□□□

□□□□□□□ $(a-\frac{e^x}{x})[a-(-x-\frac{1}{x})]\leqslant 0$ □□□ $x>0$ □□□□□ $f(x)=\frac{e^x}{x}(x>0),g(x)=-x-\frac{1}{x}(x>0)$ □□□□ $y=a$ □□□□□ $y=f(x)$

□□□ $y=g(x)$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ a □□□□□□

□□□□

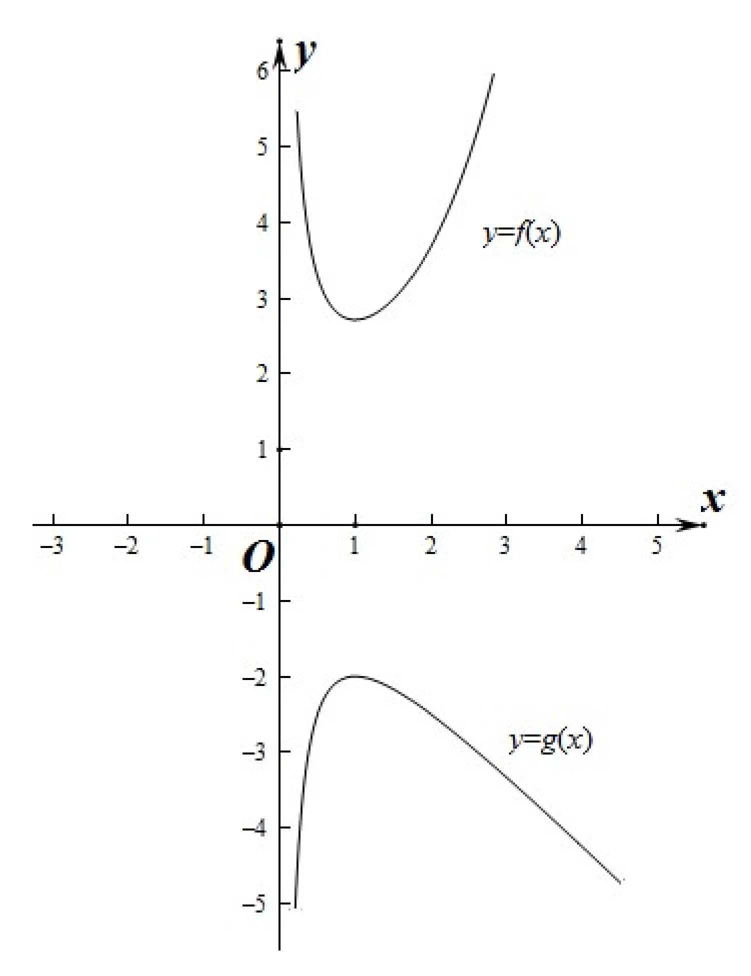
□□□□ $(e^x-ax)(x^2+ax+1)\geq 0$ □□□ $(\frac{e^x}{x}-a)(x+\frac{1}{x}+a)\geqslant 0$ □□□□ $x>0$ □□□□□ $(a-\frac{e^x}{x})[a-(-x-\frac{1}{x})]\leqslant 0$ □□□ $x>0$ □□□□

□ $f(x)=\frac{e^x}{x}(x>0),g(x)=-x-\frac{1}{x}(x>0)$ □□□□ $y=a$ □□□□□ $y=f(x)$ □□□ $y=g(x)$ □□□

□ $f'(x)=\frac{e^x(x-1)}{x^2}$ □□□□□ $f(x)$ □ $(0,1)$ □□□□□□ $(1,+\infty)$ □□□□□ $f(x)$ □ $x=1$ □□□□□□□□□□□□ e □

□ $g(x)=-x-\frac{1}{x}(x>0)$ □□□□□□□□□□□□□ $g(x)$ □ $(0,1)$ □□□□□□ $(1,+\infty)$ □□□□□ $g(x)$ □ $x=1$ □□□□□□ -2 □

□□□□ $f(x)$ □□□ $g(x)$ □□□□□□



□□□□□□□□□□□□□ a □□□□□□ $[-2，e]$ □

□□□□□ $[-2，e]$ □

45．（2021·□□□□·□□□□□□ $\triangle ABC$ □□□□□A □□□□□ $4\sin B\sin C=\sin^2 A$ □ $\sin B+\sin C=m\sin A$ □□□□ m □□□□□□___________.

□□□□ $(1,\frac{\sqrt{6}}{2})$

□□□□

□□□□□□□□□□□□ $b+c=ma$ □□ $a^2-4bc=0$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□□□□

□ $4\sin B\sin C=\sin^2 A$ □□□□□□□ $a^2-4bc=0$ □

□ $\sin B+\sin C=m\sin A(m\in R)$ □

$\therefore$ □□□□□□ $b+c=ma$ □

$\therefore \cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\dfrac{(b+c)^2-2bc-a^2}{2bc}=\dfrac{m^2a^2-\frac{1}{2}a^2-a^2}{\frac{1}{2}a^2}=2m^2-3\in(-1,0)$.

$\therefore 1<m^2<\dfrac{3}{2}$,

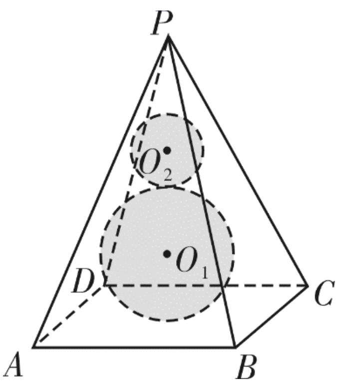
又由 $b+c=ma$，可得 $m>0$，

$\therefore 1<m<\dfrac{\sqrt{6}}{2}$，即$m$的取值范围是 $(1,\dfrac{\sqrt{6}}{2})$，

故答案为：$(1,\dfrac{\sqrt{6}}{2})$.

四、双空题

46．（2021·湖南·长郡中学高三月考）如图，在一个底面边长为 2，侧棱长为 $\sqrt{10}$ 的正四棱锥 $P-ABCD$ 中，球 O_1 内切于该四棱锥，球 O_2 与球 O_1 及四棱锥的四个侧面相切，球 O_3 与球 O_2 及四棱锥的四个侧面相切，…，依次作球 O_{n+1} 与球 O_n 及四棱锥的四个侧面相切，则球 O_1 的表面积为__________. 球 O_1，球 O_2，…，球 O_n 的表面积之和为__________.



【答案】 2π　　$\dfrac{8}{3}\pi[1-(\dfrac{1}{4})^n]$

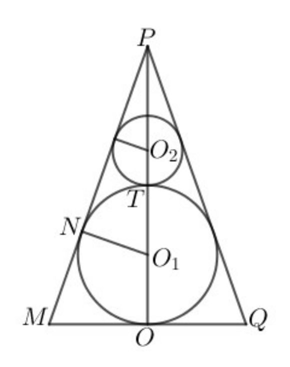
【分析】

过已知正四棱锥顶点及底面正方形一组对边中点作截面，将问题转化为三角形及内部一系列圆相切问题求解作答.

【详解】

在正四棱锥 $P-ABCD$ 中，令 O 为正方形 $ABCD$ 的中心，M，Q 分别为边 AB，CD 的中点，

□□ P□M□Q □□□□□□□ $P-ABCD$ □□□ $\triangle PMQ$ □□□ O_1□□ O_2□…□□□□□□□□□□□□□□



□□ $OM=1$□ $PM=\sqrt{PA^2-AM^2}=\sqrt{10-1}=3$□ $PO=\sqrt{PM^2-OM^2}=2\sqrt{2}$□□ N□□ O_1□ PM□□□□□

□ $O_1N\perp PM$□□□ O_1□□□□ R_1□□ $O_1N=R_1$□□□ $\sin\angle MPO=\frac{NO_1}{PO_1}=\frac{OM}{PM}=\frac{1}{3}$□□ $PO_1=3R_1$

□□□ $PO=PO_1+OO_1=4R_1=2\sqrt{2}$□□□ $R_1=\frac{\sqrt{2}}{2}$□ $S_1=4\pi R_1^2=2\pi$□

□□ O_1□□ O_2□□□□ T□□ $PT=PO-2R_1=2R_1$□□□ O_2□□□□ R_2□□□□□ $PT=4R_2$□□ $R_2=\frac{1}{2}R_1$□

□□ O_n□□□□ R_n□□□□□ $R_{n+1}=\frac{1}{2}R_n$□□□ O_1□□ O_2□L □□ O_n□□□□□□□□□□□□□□ $R_1=\frac{\sqrt{2}}{2}$ □□□□ $\frac{1}{2}$□□□□□□□ $\{R_n\}$□

□□ O_n□□□□□ S_n□□ $S_n=4\pi R_n^2$□□ O_1□□ O_2□L □□ O_n□□□□□□□□□□□□□□□ $S_1=2\pi$ □□□□ $\frac{1}{4}$□□□□□□□ $\{S_n\}$□

□□□ $S_1+S_2+\cdots+S_n=2\pi\cdot\frac{1-(\frac{1}{4})^n}{1-\frac{1}{4}}=\frac{8}{3}\pi[1-(\frac{1}{4})^n]$□

□□□ O_1□□□□□ $S_1=2\pi$□□ O_1□□ O_2□L □ O_n□□□□□□□ $\frac{8}{3}\pi[1-(\frac{1}{4})^n]$□

□□□□□ 2π□ $\frac{8}{3}\pi[1-(\frac{1}{4})^n]$

□□□□

□□.

47□□2021·□□□□·□□□□□□□□□ $f(x)=\frac{x^2}{e^x}+2axe^{-\frac{x}{2}}+2$□□ $a=\sqrt{2}$□□□□ $f(x)$ □□□□□□______□□□□ $f(x)$ □□□□

□□□□□ a □□□□□□______□

□□□□1 $\left(-\infty,-\frac{1}{2}\left(e+\frac{2}{e}\right)\right)\cup\left(\sqrt{2},+\infty\right)$

□□□□

□1□□ $f(x)=0$□□ $x+\sqrt{2}e^{\frac{x}{2}}=0$□□□□□□ $g(x)=x+\sqrt{2}e^{\frac{x}{2}}$□□□□□□□□□□□□

□2□□ $f(x)=\frac{x^2}{e^x}+2axe^{-\frac{x}{2}}+2=0,$□□ $2axe^{\frac{x}{2}}=-x^2-2e^x$□□□ x□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

□□□□

□1□□ $a=\sqrt{2}$□□ $f(x)=\frac{x^2}{e^x}+2\sqrt{2}xe^{-\frac{x}{2}}+2$□

□ $f(x)=\frac{x^2}{e^x}+2\sqrt{2}xe^{-\frac{x}{2}}+2=0$□

□□ $x^2+2\sqrt{2}xe^{\frac{x}{2}}+2e^x=0,\therefore(x+\sqrt{2}e^{\frac{x}{2}})^2=0$□

□□ $x+\sqrt{2}e^{\frac{x}{2}}=0$□□ $g(x)=x+\sqrt{2}e^{\frac{x}{2}}$□

□□□□ $g(x)$□□□□□□□□+□□□=□□□□□

□ $x\to+\infty$□□ $g(x)>0$□ $g(-2)=-2+\sqrt{2}e^{-1}=-2+\frac{\sqrt{2}}{e}<0$□

□□ $x+\sqrt{2}e^{\frac{x}{2}}=0$□□□□□□□□□ $a=\sqrt{2}$□□□□ $f(x)$ □□□□□□ 1□

□2□□ $f(x)=\frac{x^2}{e^x}+2axe^{-\frac{x}{2}}+2=0,$

□□ $2axe^{\frac{x}{2}}=-x^2-2e^x$□

□ $x=0$□□□□□□□□ $x=0$□□□□□□□.

□ $x\neq0$□□

□□ $a=\frac{-x^2}{2xe^{\frac{x}{2}}}-\frac{2e^x}{2xe^{\frac{x}{2}}}=\frac{-x}{2e^{\frac{x}{2}}}-\frac{e^{\frac{x}{2}}}{x},\therefore-a=\frac{x}{2e^{\frac{x}{2}}}+\frac{e^{\frac{x}{2}}}{x}$,

□ $t=\frac{e^{\frac{x}{2}}}{x}$，$(x\neq0)$□

□ $g(x)=\frac{e^{\frac{x}{2}}}{x},\therefore g'(x)=\frac{e^{\frac{x}{2}}(x-2)}{2x^{2}}$□

□□□□ $g(x)$ □ $(2,+\infty)$ □□□□□□ $(-\infty,0),(0,2]$ □□□□□

□□ $g(2)=\frac{e}{2}$□□□ $g(x)\in(-\infty,0)\cup[\frac{e}{2},+\infty)$□

□□ $t=\frac{e^{\frac{x}{2}}}{x}$□ $t>\frac{e}{2}$□□□□□□□□ $t=\frac{e}{2}$□□□□□□□□□ $t<0$□□□□□□□□□

□□ $-a=\frac{1}{2t}+t(t\geq\frac{e}{2}$□$t<0)$□

□□□□□□□□ $t>\frac{e}{2}$□□ $-a>\frac{1}{2\times\frac{e}{2}}+\frac{e}{2}$□ $a<-\frac{1}{e}-\frac{e}{2}$□□□□□□□□□□□□

□ $t<0,-a<-\sqrt{2}$ □ $a>\sqrt{2}$□□□□□□□□□.

□□□ $a<-\frac{1}{e}-\frac{e}{2}=-\frac{1}{2}\left(e+\frac{2}{e}\right)$□ $a>\sqrt{2}$□□□□□□□□□□.

□□□□1□ $\left(-\infty,-\frac{1}{2}\left(e+\frac{2}{e}\right)\right)\cup\left(\sqrt{2},+\infty\right)$.

48□□2021·□□□□·□□□ n□□□□□

$\omega(\text{cm})$□□□ $x(\text{cm})$□□□□ $n\leq\frac{2}{3}\log_2\frac{\omega}{x}$□□□□□□□□ 30cm□□□□ 0.05cm □□□□□□□□□□□□□□□□□□□ 4 □□□ $\frac{\omega}{x}$□□□□□

________□□□□□□□□□□________□□□□□□□□ $\lg2\approx0.3$ □ $\lg3\approx0.48$ □

□□□□64　6

□□□□

□□ $\frac{2}{3}\log_2\frac{\omega}{x}\geq4$□□□□□□□ $n\leq\frac{2}{3}\log_2\frac{30}{0.05}$□□□□□□□□□□.

□□□□

□ $n=4$ □□ $\frac{2}{3}\log_2\frac{\omega}{X}\geq 4$ □□ $\log_2\frac{\omega}{X}\geq 6$ □

□ $\frac{\omega}{X}\geq 64$ □□□□□□ 4 □□□ $\frac{\omega}{X}$ □□□□□ 64 □

□□□□□ $\omega=30$ □ $X=0.05$ □

□ $n\leq\frac{2}{3}\log_2\frac{30}{0.05}=\frac{2}{3}\log_2 600=\frac{2}{3}\times\frac{\lg 600}{\lg 2}$

$=\frac{2}{3}\times\frac{\lg 2+\lg 3+2}{\lg 2}\approx\frac{2}{3}\times\frac{0.3+0.48+2}{0.3}=6.17$ □

□□□□□□□□□□□ 6 □.

□□□□□64□6.

49．□2021·□□·□□□□□□□□□□□ $\triangle ABC$ □□ $\sin(A-B)=\sin C-\sin B$ □□ $\cos A=$__________□□ D □ BC □□□□ B □

□□□□□□□ $\frac{\sin\angle ABD}{\sin\angle BAD}=\lambda$ □□□ λ □□□□□ $\tan\angle ACD=$__________□

□□□□ $\frac{1}{2}$ $\quad 2+\sqrt{3}$

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $\cos A=\frac{1}{2}$ □□ $BD=x$ □ $\angle BAD=\theta$ □ $\theta\in\left(0,\frac{\pi}{3}\right)$ □□ $DC=2x$ □ $\sin B=t\sin\theta$ □□□□□□□□

□□ $AD=\lambda x$ □ $\sin C=\frac{\lambda}{2}\sin\left(\frac{\pi}{3}-\theta\right)$ □□□ $\cos B=\lambda\cos\left(\frac{\pi}{3}+\theta\right)$ □□□ $\sin^2 B+\cos^2 B=\lambda^2\sin^2\theta+\lambda^2\cos^2\left(\frac{\pi}{3}+\theta\right)=1$ □

□□□ $\lambda^2=\frac{1}{\sin^2\theta+\cos^2\left(\frac{\pi}{3}+\theta\right)}$ □□□□□□□□□□□□□.

□□□□

□□ $\sin(A-B)=\sin C-\sin B$ □□□ $\sin B=\sin C-\sin(A-B)$ □

□ $\sin B=\sin(A+B)-\sin(A-B)=2\cos A\sin B$ □

□□□ $\sin B\neq 0$ □□□ $\cos A=\frac{1}{2}$ □

□ $BD=x$ □ $\angle BAD=\theta$ □ $\theta\in\left(0,\frac{\pi}{3}\right)$ □

□ $DC=2x$ □ $\sin B=\lambda\sin\theta$ □

□□□□□□□ $AD=\lambda x$ □ $\sin C=\frac{AD\sin\angle DAC}{DC}=\frac{\lambda}{2}\sin\left(\frac{\pi}{3}-\theta\right)$ □

□ $\sin C=\sin\left(\frac{2\pi}{3}-B\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}\cos B+\frac{1}{2}\sin B=\frac{\sqrt{3}}{2}\cos B+\frac{\lambda}{2}\sin\theta$ □

□ $\frac{\sqrt{3}}{2}\cos B+\frac{\lambda}{2}\sin\theta=\frac{\lambda}{2}\sin\left(\frac{\pi}{3}-\theta\right)$ □□ $\cos B=\lambda\cos\left(\frac{\pi}{3}+\theta\right)$ □

□□ $\sin^2B+\cos^2B=\lambda^2\sin^2\theta+\lambda^2\cos^2\left(\frac{\pi}{3}+\theta\right)=1$ □

□□ $\lambda^2=\frac{1}{\sin^2\theta+\cos^2\left(\frac{\pi}{3}+\theta\right)}=\frac{2}{1-\cos 2\theta+1+\cos\left(\frac{2\pi}{3}+2\theta\right)}$

$=\frac{2}{2-\sqrt{3}\cos\left(2\theta-\frac{\pi}{6}\right)}$ □

□□ $\theta\in\left(0,\frac{\pi}{3}\right)$ □□□ $2\theta-\frac{\pi}{6}\in\left(-\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2}\right)$ □

□□□ $2\theta-\frac{\pi}{6}=0$ □□ λ □□□□□ $\sqrt{3}+1$ □

□□ $\sin B=\left(\sqrt{3}+1\right)\times\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ □

□□ $B=\frac{\pi}{4}$ □ $\tan\angle ACD=\tan\left(\pi-\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{4}\right)=2+\sqrt{3}$ □

□□□□ $\frac{1}{2}$ □ $2+\sqrt{3}$.

□□□□

□□.

50．（2021·□□□□·□□□□□□□）已知 $f(x)=\begin{cases}x^3, & x\le a\\ x^2, & x>a\end{cases}$，□□□ $g(x)=f(x)-kx\ (a，k\in R)$ □□□□□□_____；□□□ $k=\frac{1}{2}$ □□

□□ $g(x)$ □□□□□□□□□□ a □□□□□□_____.

□□□□4 $\left(-\infty,-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\cup\left[\frac{1}{2},\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

□□□□

□ $g(x)=0$ □□ $x=0$ □ $k=\frac{f(x)}{x}=\begin{cases}x^2, x\le a\\ x, x>a\end{cases}$ □□□□□ $a<0$ □ $a=0$ □ $0<a<1$ □ $a=1$ □ $a>1$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□□□□□□□□□□ $y=k=\frac{1}{2}$ □ $y=\frac{f(x)}{x}=\begin{cases}x^2, x\le a\\ x, x>a\end{cases}$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

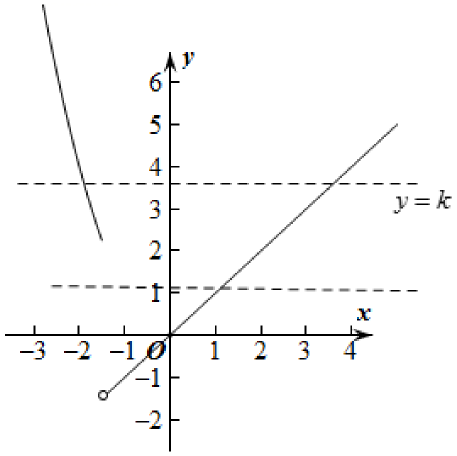
□□□□

□□ $g(0)=f(0)-k\times0=0$ □□□□□□ $g(x)=f(x)-kx$ □□□□□ $x=0$ □

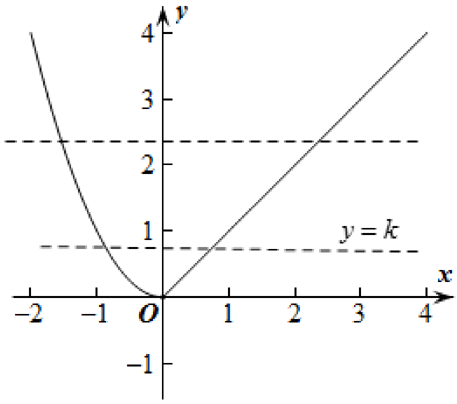
□ $x\ne0$ □□□ $g(x)=f(x)-kx=0$ □□ $k=\frac{f(x)}{x}=\begin{cases}x^2, x\le a\\ x, x>a\end{cases}$ □

□□ $g(x)=f(x)-kx$ □□□□□□□□□ $y=k$ □ $y=\frac{f(x)}{x}$ □□□□□□□□

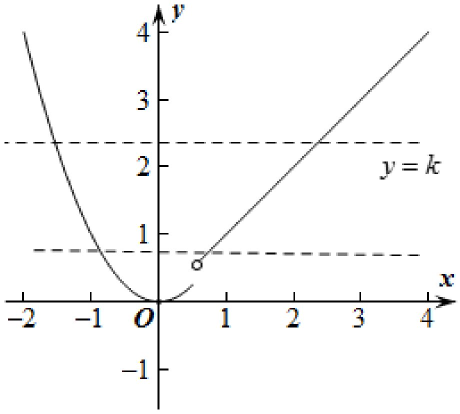
□ $a<0$ □□□□ $y=k$ □ $y=\frac{f(x)}{x}$ □□□□□□□ $0,1,2$ □□□□□ 2 □□□□□□□ $g(x)=f(x)-kx$ □□□ 3 □□□□



当 $a=0$ 时，函数 $y=k$ 与 $y=\frac{f(x)}{x}$ 图象交点个数为 $0,1,2$，此时最多有 2 个交点，即函数 $g(x)=f(x)-kx$ 最多有 3 个零点，

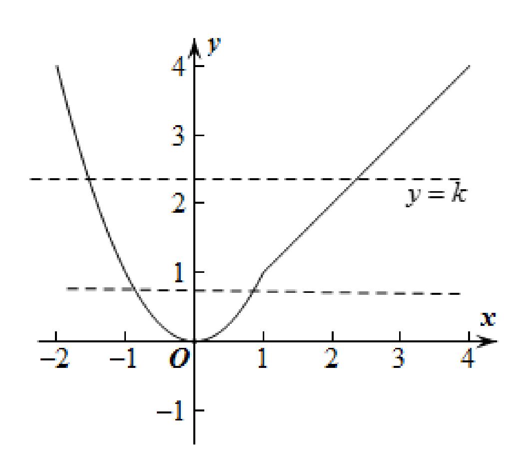


当 $0<a<1$ 时，函数 $y=k$ 与 $y=\frac{f(x)}{x}$ 图象交点个数为 $0,1,2$，此时最多有 2 个交点，即函数 $g(x)=f(x)-kx$ 最多有 3 个零点，

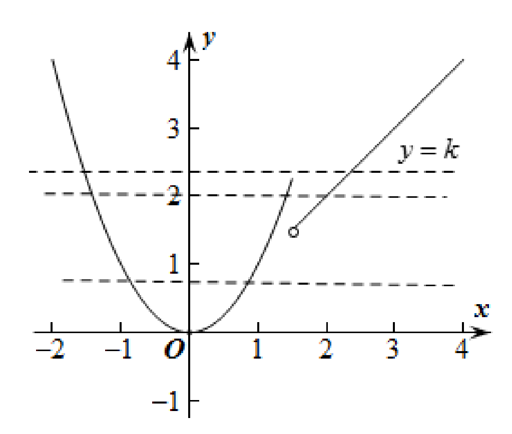


当 $a=1$ 时，函数 $y=k$ 与 $y=\frac{f(x)}{x}$ 图象交点个数为 $0,1,2$，此时最多有 2 个交点，即函数 $g(x)=f(x)-kx$ 最多有 3 个零点，

原创精品资源学科网独家享有版权，侵权必究！



□ $a>1$ □□□□ $y=k$ □ $y=\frac{f(x)}{x}$ □□□□□□□ $0,1,2,3$ □□□□□□ 3 □□□□□□□ $g(x)=f(x)-kx$ □□□ 4 □□□□



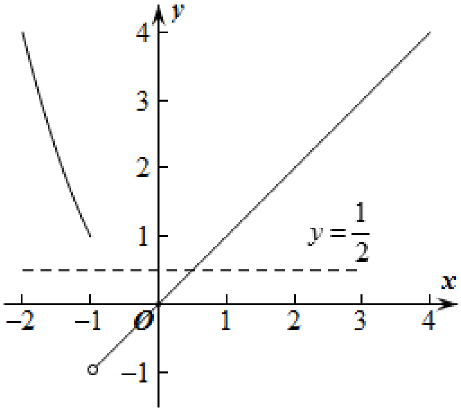
□□□□□□□ $g(x)=f(x)-kx\ (a$□ $k\in\mathrm{R})$ □□□□□□ 4 □□

□ $k=\frac{1}{2}$ □□□□ $g(x)=0$ □□ $x=0$ □ $k=\frac{1}{2}=\frac{f(x)}{x}=\begin{cases}x^2, x\le a\\ x, x>a\end{cases}$ □

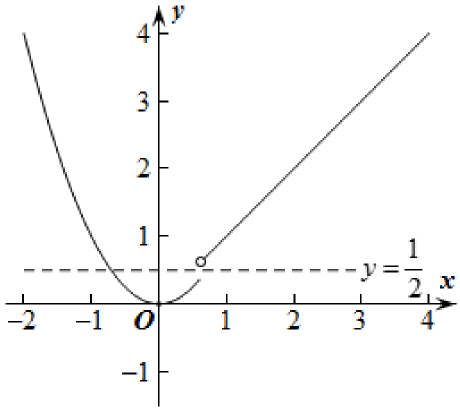
□□□ $g(x)$ □□□□□□□□ $k=\frac{1}{2}=\frac{f(x)}{x}=\begin{cases}x^2, x\le a\\ x, x>a\end{cases}$

□□□□ $y=k=\frac{1}{2}$ □ $y=\frac{f(x)}{x}=\begin{cases}x^2, x\le a\\ x, x>a\end{cases}$ □□□□□□□□□□□□

□ $a<0$ □□□ $a^2>\frac{1}{2}$ □□ $a<-\frac{\sqrt{2}}{2}$ □



当 $0<a<1$ 时，由 $\begin{cases} a^2<\frac{1}{2} \\ a\ge\frac{1}{2} \end{cases}$，可得 $\frac{1}{2}\le a<\frac{\sqrt{2}}{2}$，



综上所述：若 $k=\frac{1}{2}$ 时，函数 $g(x)$ 恰有两个零点，则实数 a 的取值范围是

$\left(-\infty,-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\cup\left[\frac{1}{2},\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$，

故答案为：4；$\left(-\infty,-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\cup\left[\frac{1}{2},\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.